QAZAQ JOURNAL OF YOUNG SCIENTIST

2026, Vol.4, No. 5 (May)

https://qazaqjournal.kz/

ӘОЖ 517.2:37.016:371.3

КҮНДЕЛІКТІ ӨМІРДЕГІ ОПТИМИЗАЦИЯЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ТУЫНДЫ КӨМЕГІМЕН ШЕШУДІ ОҚЫТУ ЖОЛДАРЫ

Нурланұлы Әли
1 курс магистранты, 7M01501 - Математика
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті, Қазақстан, Алматы қ.

Ғылыми жетекші: Еркишева Жазира Сабыровна, PhD, аға оқытушы

Мақалада күнделікті өмірдегі оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешуді оқытудың тиімді жолдары қарастырылады. Оқушылардың математикалық модельдеу, функция құру және экстремум табу дағдыларын дамыту, сондай-ақ практикалық есептер арқылы білімді өмірмен байланыстыру мәселелері талданады.

Кілт сөздер: оптимизациялық есептер, туынды, экстремум, математикалық модельдеу, функция, практикалық есептер, оқыту әдістемесі.

Қазақстан Республикасының мемлекеттік жалпыға міндетті білім беру стандартына сәйкес, білім алушылардың функционалдық сауаттылығын қалыптастыру, математикалық модельдеу дағдыларын дамыту және өмірлік жағдайларда тиімді шешім қабылдай білу қабілетін жетілдіру негізгі міндеттердің бірі болып табылады [1]. Осы тұрғыдан алғанда, оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешуді оқыту аталған талаптарды жүзеге асырудың маңызды құралдарының бірі болып табылады.

Күнделікті өмірдегі оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешу мәселесі Оптимизация теориясы мен Вариациялық есептер аясында терең зерттелген. Бұл бағыттың теориялық негіздері XVIII ғасырдан бастап қалыптаса бастады және кейін қолданбалы ғылым салаларында кеңінен дамытылды. Аталған саланың дамуына елеулі үлес қосқан ғалымдардың бірі – *Леонард Эйлер*. Ол вариациялық есептердің негізін қалап, функциялардың экстремум мәндерін табуға бағытталған әдістерді жүйеледі. Эйлердің зерттеулері нәтижесінде функционалдардың максимум және минимум мәндерін анықтау тәсілдері пайда болып, бұл кейінгі оптимизация теориясының дамуына берік іргетас қалады. Оның еңбектері физика, механика және инженерлік есептерде кездесетін тиімді шешімдерді табуға мүмкіндік берді [2].

Оптимизация теориясын әрі қарай дамытқан ғалым – *Жозеф Луи Лагранж.* Ол шартты экстремумдарды табудың әмбебап әдісі ретінде белгілі Лагранж көбейткіштері тәсілін ұсынды [3]. Бұл әдіс бірнеше айнымалысы бар функциялардың экстремумдарын шектеулер жағдайында табуға мүмкіндік береді. Лагранждың тәсілі экономикада, физикада және техникалық есептерде кеңінен қолданылады және қазіргі математикалық модельдеудің негізгі құралдарының бірі болып табылады.

XX ғасырда оптимизация теориясы қолданбалы бағытта қарқынды дамыды. Бұл кезеңде ерекше орын алатын ғалымдардың бірі – *Леонид Канторович*. Ол сызықтық программалау әдісін енгізіп, шектеулі ресурстарды тиімді пайдалану мәселелерін математикалық тұрғыдан шешуді ұсынды. Канторовичтің жұмыстары өндірісті жоспарлау, тасымалдау есептері және экономикалық жүйелерді оңтайландыруда кеңінен қолданылды. Оның ғылыми нәтижелері экономикалық оптимизацияның қалыптасуына үлкен әсер етті. Сонымен қатар, қолданбалы оптимизацияның дамуына *Джон фон Нейман* да зор үлес қосты. Ол ойындар теориясының негізін қалап, бәсекелестік жағдайындағы тиімді шешімдерді табу әдістерін ұсынды [4]. Бұл тәсілдер экономикада, басқару теориясында және әлеуметтік ғылымдарда кеңінен қолданылады. Фон Нейманның зерттеулері стратегиялық ойлау мен шешім қабылдау процестерін математикалық модельдеу арқылы сипаттауға мүмкіндік берді [5]. Жоғарыда аталған ғалымдардың еңбектері күнделікті өмірде кездесетін оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешудің теориялық және қолданбалы негізін құрайды. Олардың зерттеулері нәтижесінде максимум мен минимумды табу, ресурстарды тиімді бөлу, сондай-ақ шектеулер жағдайында оңтайлы шешім қабылдау сияқты мәселелерді жүйелі түрде қарастыру мүмкіндігі пайда болды. Сондықтан бұл бағыттағы ғылыми жетістіктер қазіргі білім беру жүйесінде, әсіресе мектеп математикасында, қолданбалы есептерді оқытуда маңызды орын алады.

Мектеп курсында, әсіресе 10 – сынып «Алгебра және анализ бастамалары» пәнінде, оптимизациялық есептерді шешуде туынды ұғымы негізгі құрал ретінде қарастырылады. Сондықтан туындыны қолдана отырып, оптимизациялық есептерді шешуді оқыту – оқушылардың математикалық дайындық деңгейін арттырумен қатар, олардың практикалық мәселелерді тиімді шешу дағдыларын дамытуға мүмкіндік береді.

Күнделікті өмірде адам әртүрлі жағдайларда бірнеше мүмкіндіктің ішінен ең тиімдісін таңдауға мәжбүр болады. Мұндай таңдау көбінесе уақытты үнемдеу, шығынды азайту немесе нәтижені арттыру сияқты критерийлерге негізделеді. Осындай мәселелерді математикалық тұрғыдан сипаттау және шешу оптимизациялық есептер арқылы жүзеге асырылады. *Оптимизациялық есептер* – бұл тиімді шешімді табуға бағытталған қолданбалы есептер болып табылады, ал оларды шешу барысында көбінесе функцияның экстремум мәндерін анықтау қажет. Осыған байланысты, оптимизациялық есептерді шешу экстремум есептерімен тығыз байланысты және туынды ұғымы негізгі құрал ретінде қолданылады. *Оптимизациялық есептерді* шешу барысында олардың математикалық моделін дұрыс құра білу ерекше маңызға ие. Жалпы, мұндай есептерді белгілі бір шамалар және сол шамалардың өзара байланысы арқылы сипаттауға болады. Егер осы шамаларды айнымалылар ретінде белгілесек, онда олардың арасындағы тәуелділік белгілі бір функция түрінде өрнектеледі. Бұл функция оптимизациялау барысында қарастырылатын негізгі шама. Алайда математикалық модель құру тек функцияны анықтаумен шектелмейді. Есеп шартында қарастырылатын шектеулер де ескерілуі тиіс, яғни айнымалылардың мүмкін мәндерін анықтайтын талаптар беріледі. Осы шарттарды қанағаттандыратын жағдайда функцияның ең үлкен немесе ең кіші мәнін табу есептің тиімді шешімін анықтауға мүмкіндік береді. Көптеген зерттеулерде туынды ұғымын оқытуда шынайы өмірлік есептерді қолдану, графикалық модельдер мен проблемалық тапсырмалар беру тиімді екендігі дәлелденген [6].

Отандық *Айсагалиев С., Жунусова Ж.Х. және шетелдік A. M. Mathai, H. J. Haubold* сынды авторлардың еңбектеріне жүргізілген зерттеулер негізінде білім алушылаға оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешуді оқыту жолдары[7,8]:

1. Визуалды үлгі қолдану:

Жолды, өзенді сызу, функцияны график түрінде көрсету.

2. Қадамдық шешу әдісі:

Айнымалыны енгізу → функция құру → туынды алу → минимум табу.

3. Талдау және тексеру:

Нәтижені қарапайым мәндермен тексеру.

4. Практикалық тапсырмалар:

Өзгермелі шығындар мен қашықтықтар бойынша есептер беру.

5. Ойын элементтері:

“Кім аз шығынмен көпір салуға болады?” – конкурс арқылы белсенділік арттыру.

Мысалы, төмендегідей бірнеше өміршең есептер қарастыралық:

Есеп – 1. *Шебер көлемі 32 л болатын қорап (қақпағы жоқ) жасау керек. Қораптың табаны квадрат болсын. Шебер ең аз материал жұмсауы керек болса, қораптың өлшемдерін табыңдар*

Шешуі: Қораптың табан қабырғасы – x *, биіктігі – h. Қорап табаны квадрат болатын тік призма екенін ескере отырып көлем табу формуласы:*

$$V = x^2 h = 32000 \ \rightarrow h = \frac{32000}{x^2} \ (1)$$

Беттің ауданы (қақпақ жоқ):

$S = x^2 + 4xh$ *(2)*

(1) формуланы (2) формулаға қоямыз:

$$S(x) = x^2 + 4x \cdot \frac{32000}{x^2} = x^2 + \frac{128000}{x}$$

Туынды алып, нөлге теңестіп, теңдеу шешеміз:

$$S(x) = 2x - \frac{128000}{x^2}$$

Экстремум табамыз:

$$2x - \frac{128000}{x^2} = 0$$

$$2x^3 = 128000$$

$$x^3 = 64000$$

$$x = 40$$

$$h = \frac{32000}{40^2} = 20$$

Жауабы: Минимальді материал жұмсау үшін биіктік 20 см, қабырға 40 см болуы керек.

Есеп – 2. *Дүкенде бір өнім 1000 теңгеден сатылғанда күніне 50 дана сатылады. Баға әр 100 теңгеге артқан сайын, сұраныс 5 данаға азаяды. Қандай бағада сатса, дүкеннің табыс мөлшері максимум болады?*

Шешуі: x *– бағаның 100 теңгеге артқан саны болсын*

Баға: $P = 1000 + 100x$

Сату саны: $Q = 50 - 5x$

Табыс функциясы: $R(x) = P \cdot Q = (1000 + 100x)(50 - 5x)$

$$R(x) = 50000 - 5000x + 5000x - 500x^2$$

$$R(x) = 50000 - 5000x^2$$

Максимумын табу үшін туынды алып, нөлге теңестіріп теңдеу шешеміз:

$$R'(x) = -1000x$$

$$-1000x = 0$$

$$x = 0$$

Аргументтің мәнін x=0 ізделінді функцияға қойсақ: $P = 1000, Q = 50$ *дана*

Жауабы: Дүкен бастапқы бағада сатуды жалғасытырса, табыс максимум болады.

Білім алушылардың практикалық есептері:

1. Фермерде 100 м қоршау материалы бар. Ол бір қабырға бойымен (өзен жағасы) қоршамайтын болса, тік төртбұрышты жердің ауданын максимум ететін өлшемдерін табыңдар.

2. Көшеде электр бағанасы тұр. Бағанадан үйге дейінгі қашықтық 10 м. Бағананың биіктігі – 6 м, адамның көз деңгейі – 1.5 м. Адам бағанадан қандай қашықтықта тұрса, оның көлеңкесінің ұзындығы максимум/минимум болады?

3. Тартоғай және Ботабай ауылдарының арасында өзен бар. Құрлықпен жол салу – 5 млн тг/км, су арқылы (көпір) – 10 млн тг/км. Ауылдар бір-бірінен 8 км қашықтықта, өзенге дейінгі арақашықтық 3 км. Қай жерден көпір салса, жалпы шығын аз болады?

Қорыта келгенде, күнделікті өмірдегі оптимизациялық есептерді туынды көмегімен шешуді оқыту – оқушылардың математикалық білімін тереңдетудің және оны практикалық жағдайда қолдана білу дағдыларын қалыптастырудың тиімді жолы болып табылады. Туынды ұғымын тек теориялық тұрғыда емес, нақты өмірлік есептер арқылы меңгерту оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, олардың логикалық және сыни ойлау қабілеттерін дамытады.Ғылыми-әдістемелік әдебиеттер мен зерттеулерді талдау нәтижесінде, туындыны оқытуда қолданбалы есептерді, соның ішінде оптимизациялық сипаттағы тапсырмаларды пайдалану, оқушылардың ұғымды терең түсінуіне және білімін практикада қолдануына оң әсер ететіні анықталды. Сонымен қатар, есепті модельдеу, функция құру, туынды арқылы экстремум табу және алынған нәтижені талдау кезеңдерін жүйелі түрде ұйымдастыру оқыту тиімділігін арттырады. Сондай-ақ, оқыту барысында визуализация, графикалық тәсілдер, зерттеу элементтері мен белсенді оқыту әдістерін қолдану оқушылардың танымдық белсенділігін күшейтеді. Бұл өз кезегінде олардың өз бетінше шешім қабылдау, дәлелдеу және математикалық қорытынды жасау дағдыларын қалыптастырады. Осылайша, туынды көмегімен оптимизациялық есептерді оқыту математиканы өмірмен байланыстырудың маңызды құралы болып табылады және білім беру процесінің сапасын арттыруға мүмкіндік береді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Негізгі орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты. Қазақстан Республикасы Оқу-ағарту министрінің 2025 жылғы 23 қаңтардағы № 12 бұйрығымен бекітілген. https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2500035670
2. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума или минимума. – СПб.: 1744.
3. Лагранж Ж. Л. Аналитическая механика. – Париж: 1788.
4. Канторович Л. В. Математические методы организации и планирования производства. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1939.
5. фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. – Принстон: 1944.

6. Nguyen Tien Da, Approach to Realistic Mathematics Education in Teaching Calculus for High School Students: A Case of the Application of Derivatives. – International Journal of Professional Development, Learners and Learning, 2022.
7. С. Айсагалиев, Ж.Х. Жунусова, Variation Calculus and Methods of Optimization: оқу құралы. – Алматы: Қазақ университеті, 2016. – 320 б.
8. A. M. Mathai, H. J. Haubold, Fractional and Multivariable Calculus: Model Building and Optimization Problems. – Springer, 2017. – 234 p.

МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ В ПОВСЕДНЕВНОЙ ЖИЗНИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНОЙ

Нурланұлы Әли

В статье рассматриваются эффективные способы обучения решению оптимизационных задач в повседневной жизни с использованием производной. Анализируются вопросы развития у учащихся навыков математического моделирования, построения функций и нахождения экстремумов, а также установления связи знаний с жизнью через практические задачи.

Ключевые слова: оптимизационные задачи, производная, экстремум, математическое моделирование, функция, практические задачи, методика обучения.

METHODS OF TEACHING THE SOLUTION OF OPTIMIZATION PROBLEMS IN EVERYDAY LIFE USING THE DERIVATIVE

Ali Nurlanuly

The article examines effective approaches to teaching the solution of optimization problems in everyday life using the derivative. It analyzes the development of students' skills in mathematical modeling, function construction, and finding extrema, as well as the connection between theoretical knowledge and real-life situations through practical problems.

Keywords: optimization problems, derivative, extrema, mathematical modeling, function, practical problems, teaching methodology.

REFERENCES

1. State Compulsory Standard of Basic Secondary Education. Approved by Order No. 12 of the Minister of Education of the Republic of Kazakhstan dated January 23, 2025. Available at: https://adilet.zan.kz/kaz/docs/V2500035670

2. Euler, L. *Method for Finding Curved Lines Possessing Properties of Maximum or Minimum.* – St. Petersburg, 1744.

3. Lagrange, J. L. *Analytical Mechanics.* – Paris, 1788.

4. Kantorovich, L. V. *Mathematical Methods of Production Organization and Planning.* – Leningrad: LSU Publishing House, 1939.

5. von Neumann, J., Morgenstern, O. *Theory of Games and Economic Behavior.* – Princeton, 1944.

6. Nguyen, Tien Da. *Approach to Realistic Mathematics Education in Teaching Calculus for High School Students: A Case of the Application of Derivatives.* – International Journal of Professional Development, Learners and Learning, 2022.

7. Aisagaliev, S., Zhunussova, Zh. Kh. *Variation Calculus and Methods of Optimization: Study Guide.* – Almaty: Kazakh University, 2016. – 320 p.

8. Mathai, A. M., Haubold, H. J. *Fractional and Multivariable Calculus: Model Building and Optimization Problems.* – Springer, 2017. – 234 p.