

ӘОЖ 372.851:515

МЕКТЕПТЕГІ МАТЕМАТИКА КУРСЫНДА $Y=[X]$, $Y=\{X\}$ ТҮРІНІҢ ФУНКЦИЯЛАРЫН ЗЕРТТЕУДІҢ ӘДІСТЕМЕЛІК ТӘСІЛДЕРІ (9-10 СЫНЫПТАР)

Әбілқайыр Мейірлан Мақсатұлы

физика-математика факультетінің магистранты, Қ.Жұбанов атындағы
Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе қ., Қазақстан

Бұл мақалада мектептегі математика курсында өтетін ($y = [x]$) және ($y = \{x\}$) түріндегі функцияларды оқыту мен зерттеудің әдістемелік тәсілдері қарастырылады. Зерттеу барысында аталған функциялардың мазмұндық және графикалық ерекшеліктері, олардың қасиеттерін оқушыларға түсіндіру жолдары, сондай-ақ оқу процесінде тиімді қолдануға мүмкіндік беретін әдіс-тәсілдер талданады. Мақалада бұл функциялардың теориялық негіздері мен практикалық маңыздылығы, оқушылардың функционалдық сауаттылығын арттырудағы рөлі және математикалық ойлау қабілетін дамытуға ықпалы айқындалады. Сонымен қатар, цифрлық білім беру құралдарын (GeoGebra) пайдалану арқылы ($y = [x]$) және ($y = \{x\}$) функцияларын визуалды түрде зерттеу жолдары көрсетілген. Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, мұндай функцияларды жүйелі түрде оқыту оқушылардың функция ұғымын терең түсінуіне, графиктерді талдау және түрлендіру дағдыларын жетілдіруге мүмкіндік береді.

Кілт сөздер: функция, бүтін бөлік функциясы, бөлшек бөлік функциясы, $y=[x]$, $y=\{x\}$, функцияларды зерттеу, әдістемелік тәсілдер, мектеп математикасы, визуализация, интерактивті оқыту, GeoGebra, математикалық конструктор, зерттеушілік дағды, логикалық ойлау, функционалдық сауаттылық

Кіріспе

Қазіргі таңда мектеп математикасын оқытуда негізгі мақсаттардың бірі – оқушылардың математикалық сауаттылығын, логикалық ойлау қабілетін және зерттеушілік дағдыларын дамыту болып табылады. Бұл мақсатқа жетуде функция ұғымы ерекше орын алады, себебі ол математикалық модельдеудің, талдау мен синтездің, сонымен қатар практикалық есептерді шешудің негізі болып саналады. Функцияларды оқыту барысында олардың графикалық, аналитикалық және қолданбалы аспектілерін өзара байланыстыра қарастыру –

оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, математикалық түсініктерін тереңдетеді.

Мектеп курсында қарастырылатын $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функциялары — ерекше сипаттағы функциялар болып табылады. Мұндағы $([x])$ — бүтін бөлік функциясы, ал $(\{x\})$ — бөлшек бөлік функциясы. Бұл функциялар арқылы оқушылар нақты сандардың құрылымын, олардың бүтін және бөлшек бөліктерінің арасындағы байланысын жақсы түсінеді. Сонымен қатар, осы функциялардың графиктері үздіксіз емес, үзіліс нүктелері бар болғандықтан, оқушылар үшін талдау жасауға, қасиеттерін зерттеуге және салыстыруға қолайлы мүмкіндік туғызады.

Қазіргі білім беру жүйесінде математикалық ұғымдарды зерттеу мен оқытуда интерактивті әдістер мен ақпараттық-коммуникациялық технологияларды қолдану өзекті мәселе болып отыр. $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларын түсіндіру барысында визуализация құралдарын пайдалану (мысалы, GeoGebra конструкторы) оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, абстрактілі ұғымдарды нақты түрде елестетуге жағдай жасайды. Мұндай әдістемелік тәсілдер оқушылардың өзіндік зерттеу әрекетін ұйымдастыруға, шығармашылық және логикалық ойлау қабілеттерін дамытуға мүмкіндік береді.

Зерттеу жұмысының өзектілігі — мектеп математика курсында үзіліссіз емес функциялар мен олардың қасиеттерін түсіндіруде тиімді әдістемелік жолдарды анықтау, заманауи цифрлық құралдарды пайдалана отырып оқыту сапасын арттыруда. Бұл тақырыптың ғылыми-практикалық маңызы — оқушылардың функциялар теориясын терең меңгеруіне, математикалық талдау элементтеріне қызығушылығын арттыруға және функционалдық сауаттылығын дамытуға бағытталған.

Зерттеу материалдары мен әдістері

Мектеп математика курсында $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ түріндегі функцияларды оқыту — оқушылардың функционалдық түсінігін тереңдетудің, логикалық ойлауын дамытудың және графикалық талдау дағдыларын қалыптастырудың маңызды құралы болып табылады. Бұл функциялар мектеп бағдарламасында «Функция және оның графигі» тақырыбында қарастырылады, алайда олардың ерекше қасиеттері мен үзіліссіздігіне байланысты түсіндіруде оқушылар жиі қиындықтарға тап болады. Осы себепті зерттеу жұмысы барысында аталған функцияларды оқытудың тиімді әдістемелік тәсілдерін анықтау, олардың графикалық ерекшеліктерін визуализациялау және оқушылардың зерттеушілік әрекетін дамыту жолдары қарастырылды.

Зерттеу материалдары ретінде 9–10 сыныпқа арналған жалпы білім беретін мектептердің математика оқулықтары, оқу-әдістемелік құралдар, функция тақырыбына қатысты электрондық ресурстар мен заманауи цифрлық

бағдарламалар пайдаланылды. Сондай-ақ, зерттеу барысында нақты оқу тәжірибесінен алынған мысалдар, оқушылардың оқу жетістіктері мен сабақ барысында орындалған тапсырмалар талданды.

Зерттеу әдістемесі бірнеше өзара байланысты кезеңдерден тұрды.

Бірінші кезеңде – теориялық материалдар жинақталып, $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларының математикалық табиғаты, олардың қасиеттері мен өзара байланысы қарастырылды. Бұл кезеңде функциялардың анықталу облысы, мәндер жиыны, үзіліс нүктелері және графиктерінің сипаттамасы анықталып, математикалық талдау тұрғысынан негіздеме жасалды.

Екінші кезеңде – функцияларды оқыту процесінде қолдануға болатын тиімді әдістемелік тәсілдер жүйеленді. Атап айтқанда, оқушылардың қызығушылығын арттыратын индуктивті және зерттеушілік оқыту элементтері енгізілді. Мұғалімнің бағыттаушы рөлі мен оқушының белсенді іс-әрекеті арасындағы өзара байланыс сақтала отырып, сабақтың құрылымы үш бөлікте ұйымдастырылды:

1. жаңа материалды интуитивті түсіну;
2. функцияның қасиеттерін өздігінен анықтау және дәлелдеу;
3. қорытындылау мен практикалық қолдану.

Үшінші кезеңде – визуалды және интерактивті оқыту әдістерін қолдану зерттелді. Бұл мақсатта GeoGebra, Desmos және «Математикалық конструктор» сияқты заманауи бағдарламалар пайдаланылды. Мұндай бағдарламалар оқушыларға $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларының графиктерін динамикалық түрде құрастыруға, олардың өзгерісін бақылауға, және әртүрлі аралықтардағы мінез-құлқын зерттеуге мүмкіндік береді. Әсіресе, «Математикалық конструктор» ортасы үзіліс нүктелерін, функция мәндерінің үзілу сипатын және графиктің секіrmелі түрін нақты көрсетуге мүмкіндік берді. Бұл визуалды тәжірибе оқушылардың теориялық білімін тереңдетіп, абстрактілі ұғымдарды нақты бейнелер арқылы ұғынуға жағдай жасады.

Зерттеу барысында қолданылған әдістер – бақылау, салыстыру, модельдеу, практикалық тапсырмаларды орындау және графикалық талдау болды. Мұндай әдістер оқушылардың өз бетімен ойлауын, аналитикалық және эксперименттік дағдыларын дамытты. Мысалы, оқушылар $(y = [x])$ функциясының әрбір бүтін аралықта тұрақты мән қабылдайтынын тәжірибе жүзінде бақылап, $(y = \{x\})$ функциясының дәл осы аралықта қалай үздіксіз өсетінін салыстырып талдай алды. Осылайша, олар функциялардың айырмашылықтарын тек формулалық түрде емес, графикалық тұрғыда да түсінді.

Зерттеу барысында алынған мәліметтер мен бақылау нәтижелері көрсеткендей, функцияларды зерттеудің дәстүрлі әдістерімен қатар, интерактивті технологияларды енгізу оқушылардың қызығушылығын арттырады және материалды меңгеру сапасын жақсартады. Әсіресе, визуализация құралдарын қолдану оқушылардың логикалық қорытынды жасау

қабілетін арттырып, сабақтағы белсенділікті күшейтеді. Мұндай әдістер білім алушылардың функция ұғымын нақты өмірлік мысалдармен байланыстырып түсінуіне мүмкіндік берді.

Сонымен қатар, зерттеу процесінде оқушылармен жеке және топтық жұмыстар ұйымдастырылды. Топтық жұмыстарда оқушылар функция графиктерін өзара салыстырып, қасиеттерін анықтап, қорытындыларын бірлесіп талқылады. Бұл тәсіл оқушылардың коммуникациялық және зерттеушілік дағдыларын дамытып, пәнге деген ынтасын арттырды.

Жалпы алғанда, зерттеу материалдары мен әдістері жүйелі түрде ұйымдастырылып, оқушылардың математикалық ойлауын дамытуға, функцияларды талдауға, салыстыруға және дәлелдеуге бағытталды. ($y = [x]$) және ($y = \{x\}$) түріндегі функцияларды оқытудың мұндай әдістемелік тәсілдері – мектеп математика курсына заманауи, тиімді, нәтижелі оқыту технологияларын енгізудің маңызды қадамы болып табылады.

$y=f([x])$ және $y=f(\{x\})$ функциялары: олардың анықтамасы және графиктері

$y=f([x])$ және $y=f(\{x\})$ функцияларын зерттеу үшін алдымен нақты санның бүтін және бөлшек бөліктерін, сондай-ақ олардың қарапайым қасиеттерін қарастырайық.

Анықтама 1. Нақты санның бүтін бөлігі деп x -тен аспайтын ең үлкен бүтін санды айтады. Бүтін бөлік $[x]$ немесе сирек жағдайда $E(x)$ таңбасымен белгіленеді.

Оқылуы – « x -тің бүтін бөлігі» немесе «энтэ x ». Мысалы: $[5,8]=5$, $[0,3]=0$, $[-3,6]=-4$.

Анықтама 2. Нақты санның бөлшек бөлігі деп $\{x\} = x - [x]$ санын айтады.

Мысалы:

$$\{8,4\} = 8,4 - [8,4] = 8,4 - 8 = 0,4; \{-6,5\} = -6,5 - [-6,5] = -6,5 + 7 = 0,5;$$

1 және 2-анықтамалардан шығатыны: $[x] \leq x < [x] + 1$ немесе $0 \leq x - [x] < 1$. Өйткені $\{x\} \stackrel{\text{def}}{=} x - [x]$, $0 \leq \{x\} < 1$, $x = [x] + \{x\}$

Енді бүтін бөліктің кейбір қасиеттерін қарастырайық.

1°. Кез келген $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ үшін: $[x + n] = [x] + n$;

2°. Егер $u, v \in \mathbb{R}$, $[u]=[v]$, онда: $-1 < u - v < 1$;

3°. Кез келген $x \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ үшін: $[nx] \geq n[x]$, $[\frac{[x]}{n}] = [\frac{x}{n}]$;

4°. Кез келген $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$ үшін: $[nx] \geq \frac{[x]}{1} + \frac{[2x]}{2} + \dots + \frac{[nx]}{n}$.

Дәлелдемелер.

1. $x = [x] + \{x\}$ екенін пайдаланып:

$$x + n = [x] + \{x\} + n = [x] + n + \{x\}; [x + n] = [[x] + n + \{x\}] = [x] + n.$$

2. Белгілі теңдіктерді пайдаланамыз:

$$u = [u] + \{u\}, v = [v] + \{v\}, \text{ бұл жерде } 0 \leq \{u\} < 1, 0 \leq \{v\} < 1$$

Сонда: $u - v = [u] + \{v\} - [v] - \{v\} = \{u\} - \{v\}$, өйткені $[u] = [v]$. Егер $\{u\} \geq \{v\}$, онда $0 \leq u - v < 1$.

Егер $\{u\} \leq \{v\} < 1$, онда $-1 < u - v \leq 0$.

Осы теңсіздіктерді біріктірсек: $-1 < u - v < 1$, $\forall u \in \mathbb{R}, \forall v \in \mathbb{R}$.

3. Бірінші теңсіздіктің дәлелі анықтамадан бірден шығады:

$$x = [x] + \{x\} \Rightarrow nx = n[x] + n\{x\};$$

$$[nx] = [n[x] + n\{x\}] = n[x] + [n\{x\}] \geq n[x],$$

Өйткені $[n\{x\}]$ -теріс емес сан.

Екінші теңдікті дәлелдеу үшін де келесі өрнекті пайдаланамыз: $x = [x] + \{x\}$.

$$\frac{x}{n} = \frac{[x]}{n} + \frac{\{x\}}{n}; \quad \frac{x}{n} - \frac{[x]}{n} = \frac{\{x\}}{n}; \quad 0 \leq \frac{x}{n} - \frac{[x]}{n} < 1;$$

Дәл солай, мына теңдеуді қолдансақ: $\frac{x}{n} = \frac{[x]}{n} + \frac{\{x\}}{n}$, бізде шығатыны:

$$\frac{x}{n} - \frac{[x]}{n} = \frac{\{x\}}{n} \quad \text{немесе} \quad 0 \leq \frac{x}{n} - \frac{[x]}{n} < 1.$$

Екі теңдеуден бізде шығатыны:

$$\frac{x}{n} - \frac{[x]}{n} = \frac{x}{n} - \left[\frac{x}{n}\right]; \quad \left[\frac{x}{n} - \frac{[x]}{n}\right] = \left[\frac{x}{n} - \left[\frac{x}{n}\right]\right];$$

$$\left[\frac{[x]}{n}\right] = \left[\frac{[x]}{[n]}\right] \Rightarrow \left[\frac{[x]}{n}\right] = \left[\frac{x}{n}\right].$$

4. Жоғарыда дәлелденген теңсіздікті пайдаланайық: $[nx] \geq n[x]$.

Сонда:

$$\frac{[x]}{1} \geq \frac{1 * [x]}{1} = [x];$$

$$\frac{[2x]}{2} \geq \frac{2 * [x]}{2} = [x];$$

.....;

$$\frac{[nx]}{n} \geq \frac{n * [x]}{n} = [x], \quad 1, 2, \dots, n \in \mathbb{Z}.$$

Теңсіздіктің оң жағын түрлендірсек, төмендегі теңсіздікті аламыз:

$$\frac{[x]}{1} \geq \frac{2 * [x]}{2} + \dots + \frac{[nx]}{n} \geq [x] + [x] + \dots + [x] = n[x].$$

Демек, $[nx] \geq n[x]$, ал бұл дұрыс теңсіздік.

Енді x санының бүтін және бөлшек бөліктеріне байланысты функцияларды анықтайық. Әрбір нақты санға оның бүтін бөлігін сәйкестендіреміз, яғни бейнелеуі: $x \rightarrow [x]$.

Бұл функцияны бүтін бөлік функциясы немесе $y = [x]$ функциясы деп атаймыз.

Осы функцияның анықталу облысы – нақты сандар жиыны $\mathbb{R}$, ал мәндер облысы – бүтін сандар жиыны $\mathbb{Z}$.

Функцияның графигін салайық: $y = [x]$.

1. Егер $x \in [0; 1)$, онда $[x] = 0$. Бұл жағдайда $y = 0$;

2. Егер $x \in [1; 2)$, онда $[x] = 1$. Бұл жағдайда $y = 1$;

3. Егер $x \in [2; 3)$, онда $[x] = 2$. Бұл жағдайда $y = 2$;

Осы процесті жалғастыра берсек $x \in [n, n + 1)$, $[x] = n, y = n$ екенін көреміз.

Сол сияқты $x < 0$ болғанда не болатынын көрейік. Егер $x \in [-1; 0)$, онда $[x] = -1$ және $y = [x] = -1$.

Ал егер $x \in [-n; -(n-1))$, онда $[x] = -n$ және $y = [x] = -n$.

Geogebra бағдарламасын қолданып график салайық:

$$y = [x]$$

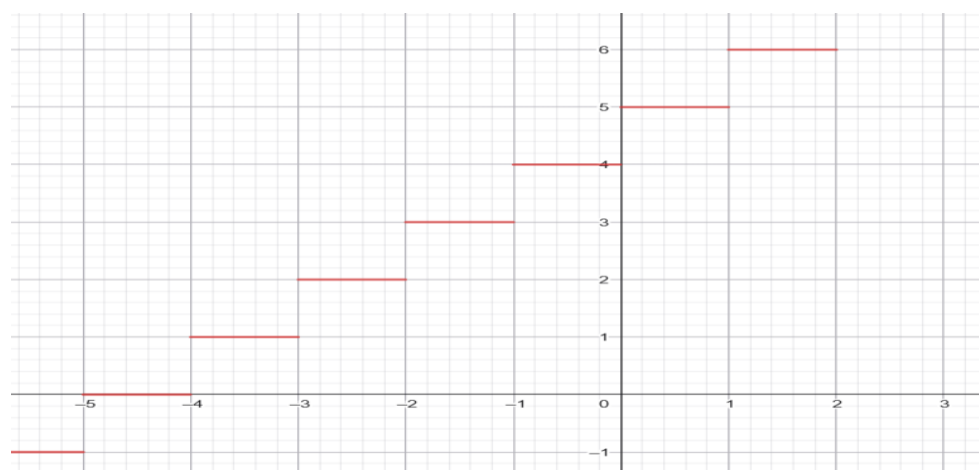


1-сурет

Функция $y = [x]$ – сатылы функция, әрі әрбір бүтін нүктеде бірінші ретті үзілу нүктесі бар.

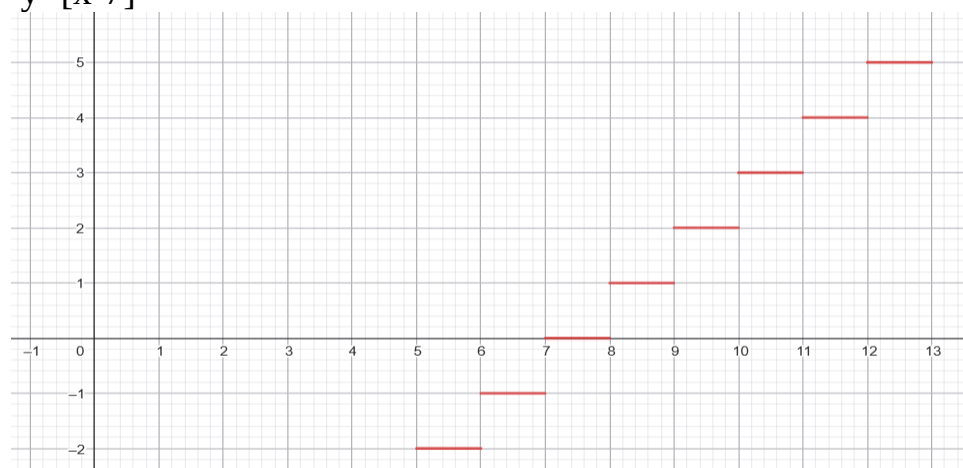
Төменде санның бүтін бөлігі функциясына арналған мысалдардың графигі келтірілген:

1 $y = [x+5]$



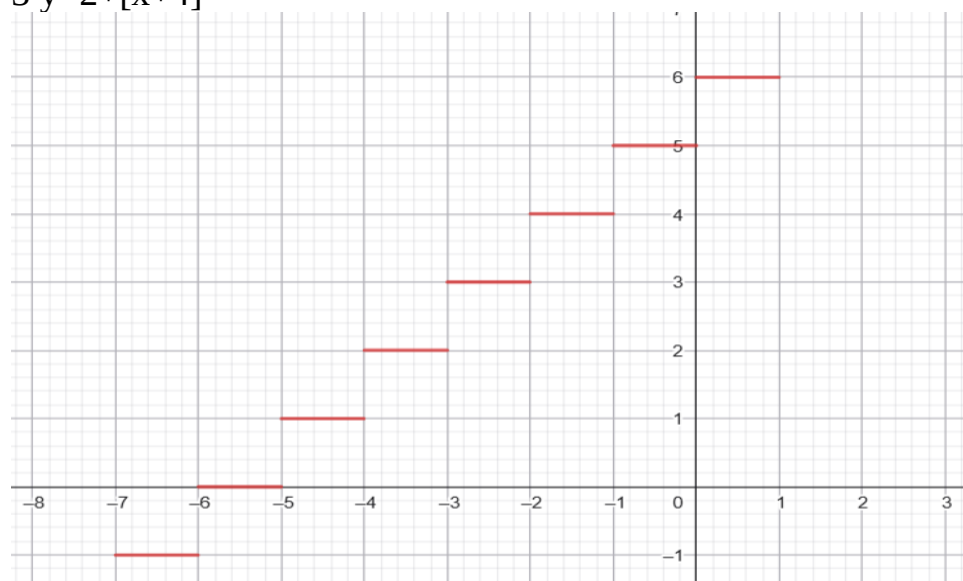
2-сүрет

$$y=[x-7]$$



3-сүрет

$$3 y=2+[x+4]$$



4-сүрет

Енді x санының бөлшек бөлігі функциясын анықтайық. Әрбір нақты санға оның бөлшек бөлігін сәйкестендіреміз. Сонда төмендегідей бейнелеу алынады: $x \rightarrow \{x\}$.

Бұл функцияның анықталу облысы – нақты сандар жиыны $\mathbb{R}$, ал мәндер облысы – аралық $[0;1)$.

Функцияның графигін салайық: $y = \{x\}$.

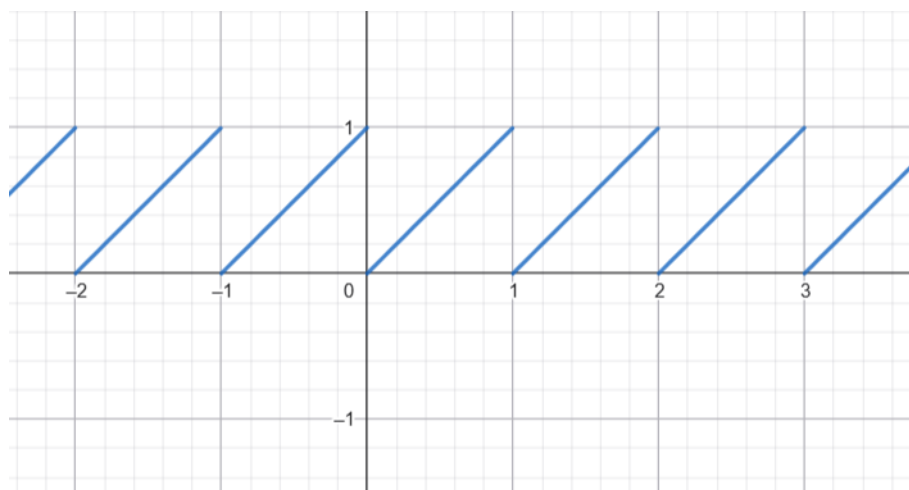
1. Егер $x \in [0;1)$, онда $[0;1)$ аралығында $\{x\} = x$, $y = \{x\} = x$.

2. Егер $x \in [1;2)$, онда $[1;2)$ аралығында $\{x\} = x - [x] = x - 1$, $y = \{x\} = x - 1$.

3. Егер $x \in [2;3)$, онда $\{x\} = x - [x] = x - 2$, $y = \{x\} = x - 2$.

Демек, $x \in [n, n+1)$ үшін $\{x\} = x - n$ және $y = \{x\} = x - n$. $x < 0$ үшін де осылай:

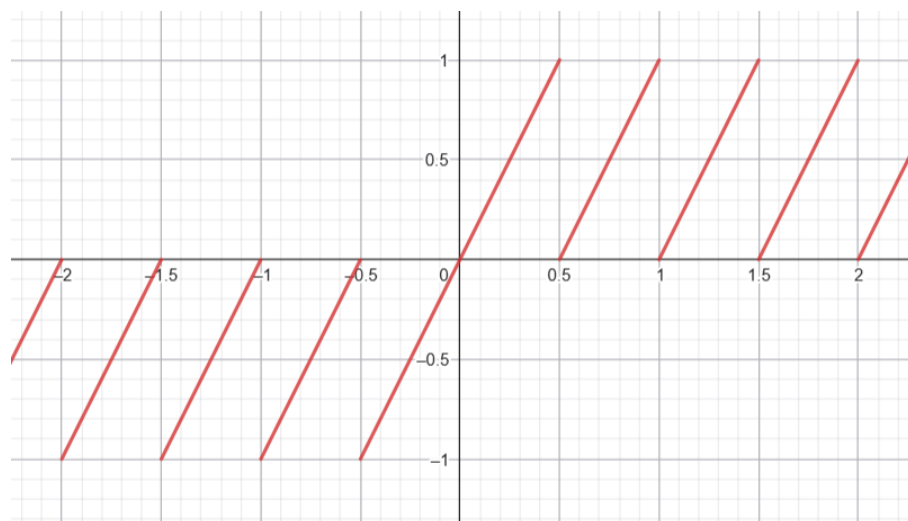
$x \in [-n, -(n-1))$, онда $\{x\} = x + n$, $y = \{x\} = x + n$. $\forall x: -n \leq x < -(n-1)$.
 $y = \{x\}$



5-сурет

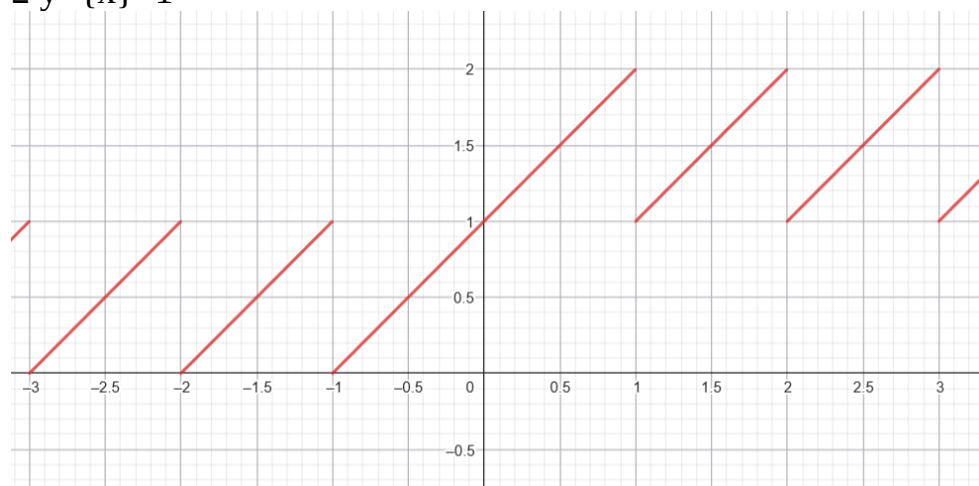
Төменде санның бөлшек бөлігі функциясына арналған мысалдардың графигі келтірілген:

1 $y = \{2x\}$



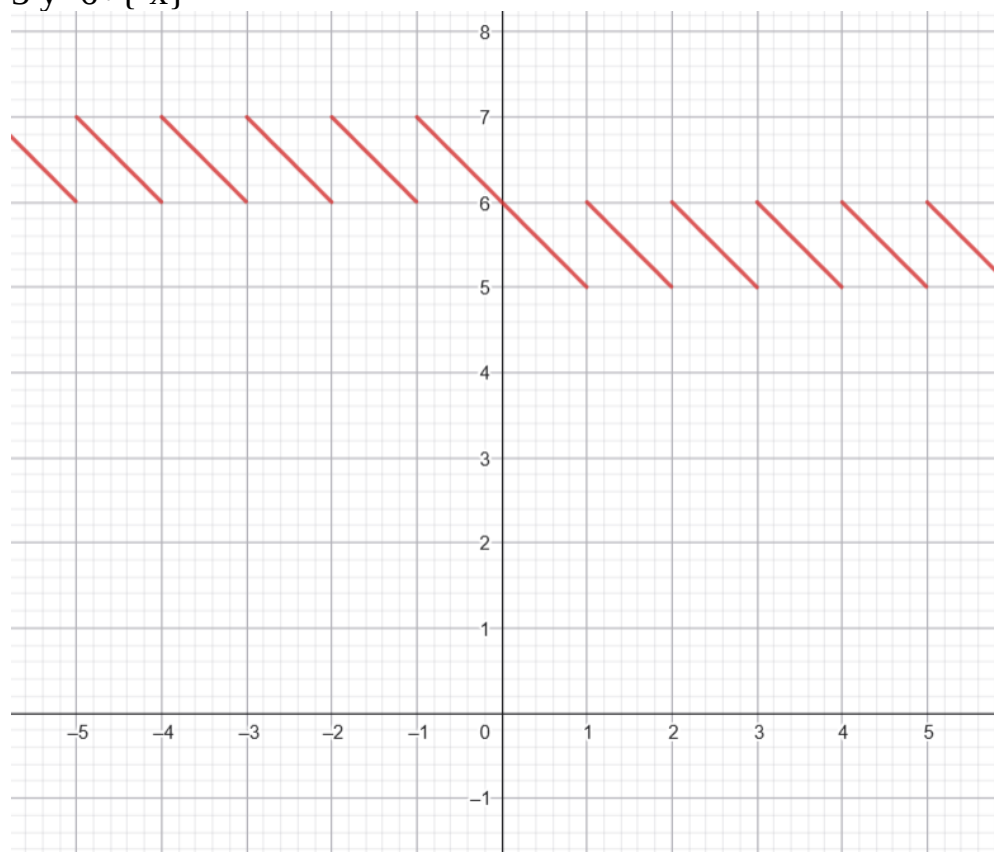
6-сурет

$$2 y = \{x\} + 1$$



7-сурет

$$3 y = 6 + \{-x\}$$



8-сурет

Нәтижелер және оларды талқылау

Біз бұл тақырыпты мектеп оқушыларына үйреткенде ақпараттық-коммуникациялық технологияларды (АКТ) пайдалануымыз міндет. АКТ-ны пайдалану – оқушылардың танымдық белсенділігін арттырудың, логикалық ойлауын жетілдірудің және білім сапасын жақсартудың маңызды құралы болып

отыр. Функциялар тақырыбын, соның ішінде ($y = [x]$) және ($y = \{x\}$) түріндегі функцияларды оқыту барысында АКТ құралдарын орынды пайдалану оқушылардың түсіну деңгейін айтарлықтай арттырады.

Мұндай функциялар өз табиғаты бойынша үзіліссіз емес, күрделі графикалық сипатқа ие. Дәстүрлі әдістермен бұл функциялардың мінез-құлқын елестету оқушылар үшін қиындық туғызуы мүмкін. Осы тұрғыда **GeoGebra** сияқты динамикалық математикалық бағдарламаларды қолдану айрықша тиімді. GeoGebra – математикалық объектілердің өзара байланысын көрнекі түрде көрсетуге, функция графиктерін өзгерту арқылы олардың қасиеттерін зерттеуге және нақты қорытынды жасауға мүмкіндік беретін интерактивті орта.

Мысалы, ($y = [x]$) функциясының графигін GeoGebra арқылы салу кезінде оқушы әрбір бүтін аралықта функцияның мәні тұрақты болатынын және әр келесі бүтін нүктеде секіріс пайда болатынын нақты көреді. Ал ($y = \{x\}$) функциясын зерттегенде, оқушы графиктің әрбір аралықта нөлден бірге дейін үздіксіз өсетінін және әрбір бүтін нүктеде қайтадан нөлге түсетінін визуалды түрде бақылай алады. Мұндай бейнелі көріністер функциялардың үзіліссіздік ұғымын түсіндіруде зор рөл атқарады. Сонымен қатар, GeoGebra оқушыларға өз бетінше эксперимент жасауға, графиктерді түрлендіруге, параметрлерді өзгертіп, нәтижені бірден көруге мүмкіндік береді. Бұл тәсіл – оқушыны тек дайын білім алушы емес, зерттеуші тұлға ретінде қалыптастыруға бағытталған. Осындай әрекет барысында оқушылар математикалық модельдеу элементтерін игеріп, логикалық және шығармашылық қабілеттерін дамытады.

Ақпараттық технологиялардың тағы бір артықшылығы – оқыту процесінің интерактивтілігі мен қолжетімділігі. Оқушылар GeoGebra, Desmos, немесе «Математикалық конструктор» сияқты бағдарламаларды тек сабақ кезінде ғана емес, үйде де пайдалана алады. Бұл олардың өздігінен білім алуына, қателерін түзетуіне және қосымша зерттеу жүргізуіне мүмкіндік береді. Мұғалім үшін де мұндай құралдар сабақты түрлендіріп өткізуге, әр оқушының жұмысын қадағалап, нәтижесін тез бағалауға жол ашады. Жалпы алғанда, ақпараттық-коммуникациялық технологиялар мен GeoGebra бағдарламасын пайдалану – мектеп математикасын оқытудағы әдістемелік жаңашылдықтың маңызды бағыты. Олар оқу процесін дәстүрлі түсіндіруден белсенді, тәжірибеге негізделген модельге көшіреді. Осының нәтижесінде оқушылардың функционалдық сауаттылығы, зерттеушілік дағдылары мен математикалық мәдениеті қалыптасады.

Сондықтан ($y = [x]$) және ($y = \{x\}$) функцияларын оқытуда ақпараттық технологияларды тиімді пайдалану – тек оқу материалын меңгертудің құралы ғана емес, сонымен бірге оқушыларды заманауи цифрлық қоғамда табысты өмір сүруге даярлаудың бірден-бір жолы болып табылады.

Қорытынды

Қазіргі білім беру жүйесінде математикалық ұғымдарды терең меңгерту мен оқушылардың зерттеушілік қабілетін дамыту – мектеп математикасының басты міндеттерінің бірі. Зерттеу нәтижелері көрсеткендей, $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ түріндегі функцияларды оқытуда тиімді әдістемелік тәсілдерді қолдану оқушылардың логикалық ойлауын жетілдіреді, функциялар теориясын түсіну деңгейін арттырады және пәнге деген қызығушылығын күшейтеді.

Аталған функциялар математикалық талдаудың маңызды ұғымдарын қамтиды: үздіксіздік, үзіліс нүктелері, монотондылық және графиктің қасиеттері. Осы тақырыпты зерттеу барысында қолданылған визуализация және тәжірибелік талдау әдістері оқушылардың абстрактілі ұғымдарды нақты графикалық бейнелер арқылы қабылдауына мүмкіндік берді. Нәтижесінде, оқушылар $(y = [x])$ функциясының әрбір бүтін аралықта тұрақты мән қабылдайтынын, ал $(y = \{x\})$ функциясының дәл сол аралықта бірқалыпты өсетінін көрнекі түрде бақылап, олардың өзара байланысын түсіне алды.

Зерттеу барысында анықталғандай, $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларын оқыту процесінде интерактивті әдістерді (мысалы, GeoGebra, Desmos немесе «Математикалық конструктор» сияқты бағдарламаларды) қолдану өте тиімді. Бұл құралдар оқушыларға функциялардың қасиеттерін тәжірибе жүзінде зерттеуге, графиктерін түрлендіруге және үзіліс нүктелерін нақты көруге мүмкіндік береді. Мұндай тәсілдер оқушылардың зерттеушілік белсенділігін арттырып, олардың өздігінен қорытынды жасау қабілетін дамытады.

Сонымен қатар, функцияларды зерттеу кезінде топтық және жеке жұмыс түрлерін біріктірудің тиімділігі байқалды. Топтық талқылаулар барысында оқушылар өз пікірлерін дәлелдеуді, логикалық байланыстарды түсіндіруді және салыстыру арқылы жаңа қорытындылар жасауды үйренді. Мұндай әрекеттер оқушылардың математикалық мәдениетін, қарым-қатынас және ынтымақтастық дағдыларын қалыптастырады. Жалпы алғанда, жүргізілген зерттеу нәтижелері көрсеткендей, $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларын оқытудың әдістемелік жүйесін жетілдіру мектеп математикасын оқыту сапасын арттыруға тікелей ықпал етеді. Бұл тәсілдер оқушылардың теориялық білімін практикалық тәжірибемен ұштастыруға, шығармашылық қабілеттерін дамытуға және функционалдық сауаттылығын арттыруға мүмкіндік береді.

Болашақта осы бағыттағы зерттеулерді кеңейту, интерактивті цифрлық ресурстарды қазақ тілінде жетілдіру және нақты сабақ үлгілерін әзірлеу – оқыту әдістемесін одан әрі тиімді етуге жол ашады. Қорыта келгенде, $(y = [x])$ және $(y = \{x\})$ функцияларын зерттеу арқылы оқушылардың математикалық ойлау мәдениеті қалыптасып, заманауи білім беру талаптарына сай бәсекеге қабілетті тұлға тәрбиелеуге негіз қаланады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Бекбоев А., Мектептегі функция ұғымын оқытудың әдістемелік негіздері. – Алматы: Рауан, 2019. – 146 б.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В., Элементы теории функций и функционального анализа. – Москва: Наука, 2020. – 256 б.
3. Гушин А.А., Мордкович А.Г., Методика преподавания математики в средней школе. – Москва: Просвещение, 2018. – 312 б.
4. Әбілқасымова, А.Е. Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі: дидактикалық-әдістемелік негіздері: оқу құралы, 2014. - 224 б.
5. Ахметов Б. А. Жалпылама математикалық талдау. – Алматы: Білім, 2015. – 198 б.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ИЗУЧЕНИЮ ФУНКЦИЙ ВИДА ($y = [x]$) И ($y = \{x\}$) В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ (9–10 КЛАССЫ)

Әбілқайыр Мейірлан Мақсатұлы

В данной статье рассматриваются методические подходы к обучению и исследованию функций вида ($y = [x]$) и ($y = \{x\}$), изучаемых в школьном курсе математики. В ходе исследования анализируются содержание и графические особенности указанных функций, способы объяснения их свойств учащимся, а также методы и приемы, обеспечивающие эффективное использование данных функций в учебном процессе. В статье подчеркивается теоретическая значимость и практическая полезность этих функций, их роль в формировании функциональной грамотности и развитии математического мышления учащихся. Кроме того, описываются возможности визуального исследования функций ($y = [x]$) и ($y = \{x\}$) с применением цифровых образовательных инструментов, таких как GeoGebra. Полученные результаты показывают, что систематическое изучение данных функций способствует более глубокому пониманию учащимися понятия функции, совершенствует навыки анализа и преобразования графиков.

Ключевые слова: функция, функция целой части, функция дробной части, ($y=[x]$), ($y=\{x\}$), исследование функций, методические подходы, школьная математика, визуализация, интерактивное обучение, GeoGebra, математический конструктор, исследовательские навыки, логическое мышление, функциональная грамотность.

METHODOLOGICAL APPROACHES TO TEACHING FUNCTIONS OF THE FORM $(y = [x])$ AND $(y = \{x\})$ IN THE SCHOOL MATHEMATICS COURSE (GRADES 9–10)

Abilkaiyr M.M.

This article examines methodological approaches to teaching and studying functions of the form $(y = [x])$ and $(y = \{x\})$, which are included in the school mathematics curriculum. The study analyzes the conceptual and graphical features of these functions, methods of explaining their properties to students, as well as instructional strategies that ensure their effective use in the learning process. The article highlights the theoretical foundations and practical significance of these functions, their role in enhancing students' functional literacy, and their contribution to the development of mathematical thinking. In addition, the article presents approaches to visual exploration of the functions $(y = [x])$ and $(y = \{x\})$ using digital educational tools such as GeoGebra. The results of the study show that systematic instruction of these functions promotes a deeper understanding of the concept of function among students and helps improve their skills in analyzing and transforming graphs.

Keywords: function, integer part function, fractional part function, $(y=[x])$, $(y=\{x\})$, function analysis, methodological approaches, school mathematics, visualization, interactive learning, GeoGebra, mathematical constructor, inquiry-based learning, logical thinking, functional literacy.

REFERENCES

1. Bekboev A. Methodological Foundations of Teaching the Concept of Function at School. – Almaty: Rauan, 2019. – 146 p.
2. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. – Moscow: Nauka, 2020. – 256 p.
3. Gushchin A.A., Mordkovich A.G. Methods of Teaching Mathematics in Secondary School. – Moscow: Prosveshchenie, 2018. – 312 p.
4. Abylkasymova A.E. Theory and Methods of Teaching Mathematics: Didactic and Methodological Foundations. – Textbook. 2014. – 224 p.
5. Akhmetov B.A. General Mathematical Analysis. – Almaty: Bilim, 2015. – 198 p.