

ӘОЖ 517.912

АЛГЕБРА САБАҚТАРЫНДА КВАДРАТТЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ ТИІМДІ ӘДІС-ТӘСІЛДЕРІ

Бейсенбай Алуа Адайқызы

студент, физика-математика факультеті, Ш.Уәлиханов атындағы Көкшетау
университеті, Көкшетау қ., Қазақстан

Ғылыми жетекші: Мусайбеков Р.К., профессор-ассистенті, академиялық
доцент, жаратылыстану ғылымдарының магистрі
Ш.Уәлиханов атындағы Көкшетау университеті, Көкшетау, Қазақстан

Мақалада математиканың маңызды тарауларының бірі квадрат теңдеулерді шешудің түрлі әдіс-тәсілдері жан-жақты сараланып, талданады. Дискриминант тәсілі, Виет теоремасы, толық квадратқа келтіру және жұп коэффициенттер формуласы сияқты кеңінен қолданылатын әдістер мысал ретінде келтіріледі. Сонымен қатар алгебра сабақтарында бұл теңдеулерді шешудің тиімді әдісі ретінде «қате арқылы үйрету» тәсілі ұсынылады.

Кілт сөздері: квадрат теңдеу, дискриминант, Виет теоремасы, «қате арқылы үйрету» тәсілі.

Алгебра пәнінің маңызды тарауларының бірі – квадрат теңдеулер. Мектеп қабырғасында квадрат теңдеулерді оқыту көп жағдайда формулаларды қолданумен шектеліп, оқушылардың тақырыпты меңгеріп, есептің шығарылуын толық түсінбей, қателерді жиі жіберіп жатады. Бұл олқылықтардың орнын толтыру үшін дәстүрлі әдістерден тыс жаңаша, тиімді әдістерді қолданған жөн. Бұл білім алушылардың ойлау деңгейін дамытады, сонымен қатар салыстырмалы анализ жасауға дағдыландырады әрі пәнге қызығушылық артып, соған сай оқу сапасы артады. Ұсынылып отырған зерттеудің мақсаты – квадрат теңдеулерді шешудің әдістерін талдау арқылы тиімді әдісті ұсыну. Ең алдымен, мектеп бағдарламасында жиі қолданылып жүрген әдіс-тәсілдерді саралап көрейік.

1) *Дискриминант әдісі.* Дискриминант әдісі – квадрат теңдеуді $ax^2 + bx + c = 0$ шешудің әмбебап тәсілі [1,62].

Формуласы: $D = b^2 - 4ac$.

• Егер $D > 0$ болса, онда теңдеудің екі түбірі бар.

Түбірлерін табу формуласы: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Мысалы, $2x^2 - 5x + 3 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1 = 1^2$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1,5; \quad x_2 = \frac{5-1}{2 \cdot 2} = \frac{4}{4} = 1.$$

Жауабы: 1; 1,5

- Егер $D = 0$ болса, онда теңдеудің екі түбірі тең немесе бір түбірі бар.

Түбірін табу формуласы: $x = x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.

Мысалы, $9x^2 + 12x + 4 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$D = 12^2 - 4 \cdot 9 \cdot 4 = 0$$

$$x = \frac{-12}{2 \cdot 9} = -\frac{2}{3}.$$

Жауабы: $-\frac{2}{3}$

- Егер $D < 0$ болса, онда теңдеудің түбірі болмайды.

Мысалы, $9x^2 - 4x + 1 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = -20 < 0$$

Жауабы: теңдеудің түбірі болмайды.

2) *Виет теоремасы*. Келтірілген квадрат теңдеу деп $x^2 + px + q = 0$ түріндегі теңдеуді айтады, мұндағы $a = 1$. $ax^2 + bx + c = 0$ теңдеуін келтірілген квадрат теңдеуге айналдыру үшін теңдеудің барлық коэффициенттерін a -ға бөлеміз. Сонда $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ теңдеуін аламыз.

Виет теоремасы бойынша, егер x_1 мен x_2 $x^2 + px + q = 0$ теңдеуінің түбірлері болса, онда $x_1 + x_2 = -p$ және $x_1 \cdot x_2 = q$ болады [1,73].

Мысалы, $x^2 - 5x + 6 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 + 3 = 5 \\ 2 \cdot 3 = 6 \end{cases}$$

Демек, $x_1 = 2, x_2 = 3$.

Жауабы: 2; 3

3) *Толық квадратқа келтіру әдісі*. Бұл әдісте квадрат теңдеудің сол жағындағы өрнек толық квадрат түріне келтіріледі.

Мысалы, $4x^2 + 12x + 5 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$4x^2 + 12x + 9 - 4 = 0$$

$$(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = 4$$

$$(2x + 3)^2 = 4$$

$$2x + 3 = 2, \quad x_1 = -\frac{1}{2} = -0,5;$$

$$2x + 3 = -2, \quad x_2 = -\frac{5}{2} = -2,5.$$

Жауабы: $-2,5; -0,5$.

4) *Көпмүшеге жіктеу әдісі*. Кейбір квадрат теңдеулерді мүшелерге жіктеу арқылы шешуге болады. Бұл әдіс көпмүшелерді көбейту ережесін кері пайдалану принципіне негізделген.

Мысалы, $3x^2 + x - 4 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$3x^2 + 4x - 3x - 4 = 0$$

$$x(3x + 4) - (3x + 4) = 0$$

$$(3x + 4)(x - 1) = 0$$

$$3x + 4 = 0, x_1 = -\frac{4}{3};$$

$$x - 1 = 0, x_2 = 1.$$

$$\text{Жауабы: } -\frac{4}{3}; 1.$$

5) *Жұп коэффициент формуласы* (D_1 формуласы)

Кейде есепті жеңілдету үшін дискриминанттың ықшам түрі – D_1 формуласы қолданылады.

Формуласы: $D_1 = b_1^2 - ac$, мұндағы $b_1 = \frac{b}{2}$.

Түбірлерін табу формуласы: $x_1 = \frac{-b_1 + \sqrt{D_1}}{a}, x_2 = \frac{-b_1 - \sqrt{D_1}}{a}$.

Мысалы, $x^2 + 8x + 15 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$b_1 = \frac{8}{2} = 4$$

$$D_1 = 4^2 - 1 \cdot 15 = 1 = 1^2$$

$$x_1 = \frac{-4+1}{1} = -3; x_2 = \frac{-4-1}{1} = -5.$$

$$\text{Жауабы: } -5; -3.$$

Квадрат теңдеулерді шешудің жоғарыда келтірілген әдістері негізгі әдіс-тәсілдер болып есептелгенмен, практика жүзінде оқушылар таңбадан қателесу, түбір формулаларын дұрыс қолданбау, көпмүшені жіктеу кезінде қате жіберу сынды олқы тұстары көп. Өйткені дайын алгоритмдерді үйретумен шектелу оқушылардың логикалық ойлауын тежейді. Квадрат теңдеулердің шешудің дәстүрлі емес тәсілдеріне көптеген мысалдар келтіруге болады: циркуль және сызғыш көмегімен есептеу, номограмма әдісі, геометриялық әдіс, коэффициенттер әдісі, т.б. [3,146]. Соның ішінде оқыту барысында жіберілген қателерді талдау арқылы тақырыпты меңгерту қажеттілігі туындаған «қате арқылы оқыту» әдісін ұсынамын. Бұл әдіс оқушылардың теңдеудің дұрыс шешімін табуына ғана емес, өз қатесін байқап, оны өздігінен түзетуіне мүмкіндік береді.

Қате арқылы оқытуда қате кемшілік емес, білімді меңгертудің құралы. Сабақ барысында мұғалім дайын жауапты ұсынбай, қате шығарылған есептерді талдау арқылы оқушыларды өздігінен ойлануға, өзара салыстыруға, қорытынды

жасауға дағдыландырады[4,62]. Бұл әдістің қолданылу алгоритмі төменде көрсетілген:

- Мұғалім қате шығарылған есепті оқушыларға ұсынады.
- Оқушылар қатені анықтайды. Бұл жұптық немесе топтық жұмыс болуы мүмкін.
- Талқылау және түзету. Қатені анықтағаннан кейін оқушылар Талқылау және түзету: Қатені тауып алғаннан кейін әркім өз ойын ортаға салып, теңдеудің дұрыс шешімін табады.
- Рефлексия және қорытынды. Теңдеудің қате тұсына, дұрыс шығарылу жолына түсініктеме беріледі. Оқушы немесе мұғалім тарапынан іске асырылуы мүмкін.

Қате арқылы үйрету әдісінде қолдануға болатын мысал есептер:

1-мысал: $4x^2 + 13x - 9 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$D = 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 169 - 144 = 25$$

$$x_1 = \frac{-13 + \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-13 + 5}{8} = -1$$

$$x_2 = \frac{-13 - \sqrt{25}}{2 \cdot 4} = \frac{-13 - 5}{8} = -\frac{9}{4}$$

Жауабы: $-\frac{9}{4}; -1$

Бұл теңдеуде дискриминант мәнін есептеуде қате кеткен. Дұрыс шығару жолы:

$$4x^2 + 13x - 9 = 0$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-9) = 169 + 144 = 313$$

$$x_1 = \frac{-13 + \sqrt{313}}{2 \cdot 4} = \frac{-13 + \sqrt{313}}{8}$$

$$x_2 = \frac{-13 - \sqrt{313}}{2 \cdot 4} = \frac{-13 - \sqrt{313}}{8}$$

Жауабы: $\frac{-13 - \sqrt{313}}{8}; \frac{-13 + \sqrt{313}}{8}$

2-мысал: $3x^2 - 11x + 10 = 0$ теңдеуін шығарайық.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 \cdot x_2 = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 + 10 = 11 \\ 1 \cdot 10 = 10 \end{cases}$$

Демек, $x_1 = 1, x_2 = 10$.

Жауабы: 1; 10

Бұл теңдеуді шығаруда Виет теоремасын дұрыс қолданбаған. Бұл теңдеу – келтірілген квадрат теңдеу емес, сондықтан теңдеуді тиімді шығару үшін дискриминант әдісін пайдаланған абзал. Дұрыс шығару жолы:

$$3x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 10 = 121 - 120 = 1$$

$$x_1 = \frac{11+1}{2 \cdot 3} = 2$$

$$x_2 = \frac{11-1}{2 \cdot 3} = \frac{5}{3}$$

Жауабы: $\frac{5}{3}$; 2.

Қате арқылы оқыту конструктивті білім беру тәсіліне жатады. Бұл әдістің басты идеясы – қателерді білім беру процесінің қалыпты бөлігі ретінде қарастыру, оларды түзету арқылы тақырыпты меңгерту. Ж.Пияже теориясына сәйкес оқушылар жіберген қателеріне талдау жасау арқылы сыни тұрғыда ойлауын дамытады.

Әдістің тиімділігінің бірнеше тұсын көрсетуге болады: қате арқылы оқыту оқушының белсенді танымдық іс-әрекетін ынталандырады, сондай-ақ мұдай әдіс оқушыларды әртүрлі шешім жолдарын қарастыруға итермелейді. Екіншіден, оқушылардың пәнге деген қызығушылығын оятып, функциялық сауаттылығын жақсартуға ықпал етеді.

Қорытынды. «Қате арқылы оқыту» әдісі квадрат теңдеулерді меңгертуде тиімді тәсіл екені айқындалды. Бұл әдіс оқушылардың білімді саналы түрде меңгеруіне, формулалардың сырына үңілмей, автоматты түрде жаттаудан арылуына және функционалдық сауаттылығының дамуына ықпал етеді. Осы тұрғыдан алғанда, бұл әдісті алгебра сабақтарында жүйелі қолдану арқылы білім сапасын арттырудың тиімді құралы ретінде ұсынылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Солтан, Г.Н. (2018). Алгебра: жалпы білім беретін мектептердің 8-сынып оқушыларына арналған оқулық. Келешек-2030.
2. Карпенко, Н. В. (2017). Нестандартные методы решения квадратных уравнений. Всероссийская молодежная научная конференция "Все грани математики и механики, Том 2, 229-237 беттер.
3. Исакова, М.Т., Мақсұт, Ә., Айбеков, А. (2017). Квадраттық теңдеулер оқытудың кейбір мәселелері. СДУ хабаршысы, Том 1, 145-152 беттер.
3. Нурумжанова, К. А., Назриденова, Ж. Б. (2021). «Қате арқылы оқыту» негізінде физиканы оқу процесінде оқушылардың конструктивтік ойлауын дамыту. Торайғыров университетінің хабаршысы, Том 3, 60-72 беттер.

ЭФФЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ

Бейсенбай Алуа Адайқызы

Студент, факультет физики и математики, Кокшетауский университет
имени Ш.Уалиханова, г. Кокшетау, Казахстан

Научный руководитель: Мусайбеков Р.К., профессор-ассистент,
академический доцент, магистр естественных наук, Кокшетауский университет
имени Ш.Уалиханова, Кокшетау, Казахстан

В статье рассматриваются основные методы решения квадратных уравнений, применяемые в школьном курсе алгебры: метод дискриминанта, теорема Виета, метод приведения к полному квадрату, разложение на множители и формула с чётным коэффициентом. Проведён анализ типичных ошибок учащихся при применении данных методов, таких как неправильный расчёт дискриминанта, ошибки знаков и некорректное использование формул. Особое внимание уделяется методу «обучения через ошибку», который рассматривается как эффективное средство повышения осознанности в обучении. Отмечается, что данный метод способствует развитию логического мышления, самостоятельности и устойчивых навыков решения математических задач.

Ключевые слова: квадратное уравнение, дискриминант, теорема Виета, ошибка в обучении, метод обучения, алгебра, математическая грамотность.

EFFECTIVE METHODS FOR SOLVING QUADRATIC EQUATIONS IN ALGEBRA LESSONS

Beisenbay Alua Adaikyzy

Student, Faculty of Physics and Mathematics, Kokshetau University named after
Sh. Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan

Scientific Supervisor: Mussaybekov R.K., Assistant Professor, Academic
Associate Professor, Master of Natural Sciences, Kokshetau University named after
Sh. Ualikhanov, Kokshetau, Kazakhstan

The article analyzes the main methods of solving quadratic equations used in the school algebra course, including the discriminant method, Vieta's theorem, completing the square, factorization, and the even coefficient formula. Typical students' mistakes such as incorrect calculation of the discriminant, sign errors, and

misuse of formulas are examined. Special attention is given to the “learning through mistakes” method, which is presented as an effective approach to developing logical thinking and deep understanding. The study shows that this method helps students improve problem-solving skills, increases learning motivation, and promotes functional mathematical literacy.

Keywords: quadratic equation, discriminant, Vieta's theorem, error-based learning method

REFERENCES

1. Soltan, G. N. (2018). Algebra: Textbook for 8th grade students of general education schools. Keleshek-2030.
2. Karpenko, N. V. (2017). Non-standard methods for solving quadratic equations. All-Russian Youth Scientific Conference "All Facets of Mathematics and Mechanics".
3. Iskakova, M. T., Maksut, Ä., & Aybekov, A. (2017). Some issues in teaching quadratic equations. SDU Bulletin.
4. Nurumzhanova, K. A., & Nazridenova, Zh. B. (2021). Developing students' constructive thinking in physics lessons based on "learning through mistakes". Toraygirov University Bulletin.