

ӘОЖ 372.851

**МЕКТЕП ОҚУЛЫҚТАРЫНЫҢ МАЗМҰНЫН ТАЛДАУ:
ОҚУШЫЛАРҒА ФУНКЦИЯНЫҢ ЕҢ ҮЛКЕН ЖӘНЕ ЕҢ КІШІ
МӘНДЕРІН ТАБУҒА АРНАЛҒАН ЕСЕПТЕРДІҢ БЕРІЛУІН АНЫҚТАУ**

Жұбатқан Айбек Өміртайұлы

Өзбекәлі Жәнібеков атындағы Оңтүстік Қазақстан педагогикалық
университеті, Шымкент қ., Қазақстан

Берілген мақалада мектеп математика курсында функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін табуды оқыту әдістемесінің теориялық және практикалық негіздері қарастырылады. Зерттеу барысында Мемлекеттік білім беру стандарты талаптарына сәйкес оқушылардың меңгеруге тиіс дағдылары талданып, функциялардың қасиеттеріне негізделген экстремумды анықтау әдістерінің маңызы айқындалады. Мақалада түрлі деңгейдегі есептерді шешуде қолданылатын негізгі тәсілдер — бағалау әдісі, туынды көмегімен экстремум табу тәсілі, шектелген тригонометриялық функцияларды пайдалану, алгебралық түрлендірулер арқылы функцияның мәндер жиынын анықтау — жүйелі түрде ұсынылады. Сонымен қатар А.Г. Мордкович бастаған авторлар тобының оқулықтарындағы материалдар талданып, 7–11 сыныптар аясында экстремум ұғымының біртіндеп және ғылыми-педагогикалық талаптарға сай енгізілу ерекшеліктері көрсетіледі. Оқу үрдісінде экстремумға қатысты есептерді шешу оқушылардың логикалық ойлауын, талдау мәдениетін және математикалық модельдеу дағдыларын дамытуға ықпал ететіні дәлелденеді. Тақырыпты меңгертудің практикалық аспектілері нақты мысалдармен және есеп шығарудың алгоритмдік қадамдарымен толықтырылып, материал жалпы орта білім беру жүйесінде қолдануға лайықталған.

Кілт сөздер: Мектеп оқулықтары, мазмұнды талдау, функцияның ең үлкен мәні, функцияның ең кіші мәні, есептердің берілуі, сызықтық функция, , функционалдық сауаттылық, есептер типологиясы.

Мемлекеттік білім беру стандартына сәйкес оқушылардың білуге тиіс біліктері мен дағдылары төмендегі талаптарға сай болуы қажет:

– Элементар функциялардың туындыларын және бастапқы функцияларын (первообразный) есептей алу, қажет болған жағдайда анықтамалық материалдарды қолдану;

– Функцияларды қарапайым жағдайларда талдап, олардың монотондығын, ең үлкен және ең кіші мәндерін анықтау, сондай-ақ математикалық талдау әдістерін қолдана отырып, көпмүшеліктер мен қарапайым рационал функциялардың графиктерін сала білу;

– Бастапқы функцияны пайдалану арқылы қарапайым аудандарды есептеу;

– Алынған білім мен дағдыларды тәжірибеде және күнделікті өмірде қолдана білу, соның ішінде әлеуметтік-экономикалық және физикалық мазмұндағы қолданбалы есептерді шешуде, ең үлкен және ең кіші мәндерді табуда, жылдамдық пен үдеуді есептеуде;

– Математикалық талдау аппаратының көмегімен есептерді шешуді меңгеру.

Мемлекеттік стандарт талаптарына сүйене отырып, оқушылар математикалық модельдеу дағдыларының негізін, соның ішінде берілген шарттарда шамалардың ең үлкен және ең кіші мәндерін табуға арналған математикалық әдістерді қолдануды меңгеруі тиіс деген тұжырым жасауға болады.

Осылайша, математиканы оқытудың практикалық бағыты жүзеге асады және пәннің басқа оқу салаларымен өзара байланысы қамтамасыз етіледі.

Бастапқы кезеңде білім алушылар оңтайландыру есептерін шешудің жалпы әдісін меңгеруі тиіс. Бұл әдіс белгілі бір функцияны құрып, оның экстремумдарын туынды көмегімен табу әрекеттерін қамтиды.

«Алгебра және анализ бастамалары» пәні бойынша 10–11 сыныптарға арналған оқулықтардың авторлары – А.Г. Мордкович, А.Н. Колмогоров, М.И. Башмаков және басқа да зерттеушілер – осы тақырыпты қалай енгізетінін талдап көрейік.

Бастапқыда бұл тақырыптың А.Г. Мордковичтың редакциясымен шыққан оқулықтар сериясында қалай берілгенін қарастырайық ([1]–[4], [5], [6]).

Экстремумға байланысты есептермен оқушылар 7-сыныпта алғаш рет координаттық түзуді оқыту барысында танысады. Бұл кезеңде білім алушылар берілген аралықтағы ең үлкен және ең кіші санды анықтауға бағытталған тапсырмаларды орындайды, сондай-ақ функцияның белгілі бір кесіндідегі ең үлкен және ең кіші мәндерін табуға қатысты есептерді шешеді.

Мысалдар қарастырсақ.

Мына аралықтарға тиесілі ең үлкен санды көрсет: а) $[-15; -11]$; б) $[5; 7]$; в) $[5; 7]$;

«Сызықтық функция» тақырыбында 7-сыныпта А.Г. Мордкович оқушыларға функцияның берілген кесіндідегі ең үлкен және ең кіші мәні туралы негізгі ұғымды енгізеді. Ол мысал ретінде сызықтық функцияны қарастырады, мысалы:

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

функциясын $[0; 6]$ кесіндісінде зерттейді [17].

Графиктің тиісті бөлігі суретте ерекшеленіп көрсетіледі. Автор түсіндіреді: бөлініп көрсетілген бөліктегі нүктелердің ең үлкен ординатасы 7-ге тең — бұл берілген сызықтық функцияның аталған кесіндідегі максимум мәні. Кейінірек бөлінген бөліктегі нүктелердің ең кіші ординатасы 4-ке тең екені көрсетіледі — бұл функцияның $[0; 6]$ кесіндісіндегі минимум мәні болып табылады.

8–9-сыныптарда квадраттық функцияны (8-сынып) және «Теңсіздіктер» тақырыбын (9-сынып) меңгеру барысында оқушылар ең үлкен және ең кіші мәнді табу есептерімен әрі қарай кездеседі. Осы кезеңде олар жүйелерді қанағаттандыратын ең кіші мәнді табу, сондай-ақ кесіндідегі функцияның максимум және минимум мәндерін анықтау сияқты есептерді шығара бастайды [2], [3].

Мұндай есептерді шешуде бірнеше әдістер пайдаланылады. Соның бірі - бағалау әдісі.

Шегі бар функциялардың қасиеттерін қолдану арқылы ғана шешілетін тапсырмаларды көп кездестіруге болады. Мұндай есептерге, мысалы, құрамында $\sin x$, $\cos x$ сияқты шектелген тригонометриялық функциялары бар тапсырмалар жатады.

Аргументтің мүмкін болатын мәндер жиынын анықтағаннан кейін, тиісті функцияларды теңсіздіктер қасиеттерін пайдалану арқылы бағалау жүргізіледі [1].

Мысал 1. Функцияның ең үлкен және ең кіші мәндерін табыңыз.

$$y = -3\cos x + 1$$

Шешімі. $t = \cos x$ функциясының мәндері -1 мен 1 аралығында өзгереді. Осыған сүйенсек, $-3\cos x$ өрнегі -3 -тен 3 -ке дейінгі мәндерді қабылдайды. Демек, $y = -3\cos x + 1$ функциясының мәндер жиыны -2 мен 4 аралығында болады. Осыдан функцияның ең кіші мәні -2 -ге, ал ең үлкен мәні 4 -ке тең екені шығады.

Жауабы. $\max y = 4$, $\min y = -2$.

Енді бұдан қарағанда қиындау, Ұлттық Бірыңғай Тестілеуде келетін есепті қарастырып көрейік.

Мысал 2. Функцияның ең кіші бүтін мәнін табыңыз:

$$y = \frac{5}{2}\sqrt{2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1}$$

Шешімі. Түбірдің астындағы $t = 2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1$ өрнегін ықшамдасақ: $t = -3\sin^2 x + 4$ аламыз.

$$\begin{aligned} -1 &\leq \sin x \leq 1 \\ 0 &\leq \sin^2 x \leq 1 \\ 0 &\leq 3\sin^2 x \leq 3 \\ -3 &\leq -3\sin^2 x \leq 0 \\ 1 &\leq -3\sin^2 x + 4 \leq 4 \end{aligned}$$

$y = \frac{5}{2}\sqrt{t}, t \in [1; 4]$ функциясын аламыз, бұдан $u \in \left[\frac{5}{2}; 5\right]$ шығатыны белгілі.
Жауабы. Функцияның ең кіші бүтін мәні – 3-ке тең.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Мордкович А. Г. Алгебра. 7 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. Для общеобразоват. учреждений. – М.:Мнемозина, 2009. – 158 с.
2. Мордкович А. Г. Алгебра. 8 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.:Мнемозина, 2010. – 239 с.
3. Мордкович А. Г. Алгебра. 9 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.:Мнемозина, 2010. – 210 с.
4. Мордкович А. Г., Алгебра и начала анализа. 10-11 кл.: В двух частях. Ч. 1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2011. – 294 с.
5. Мордкович А. Г., Алгебра. 7 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2009. – 195 с. 62
6. Мордкович А. Г., Алгебра. 8 кл.: В двух частях. Ч. 2: Задачник для общеобразоват. учреждений. – М.: Мнемозина, 2010. – 239 с.
7. Саранцев Г. И. Методика преподавания математике в школе / Г. И. Саранцев – М.: Просвещение, 2002. – 224 с.
8. Темербекова А.А. Методика преподавания математике / А. А. Темербекова. – М.: ВЛАДОС, 2003. – 176 с.
9. Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. / Е.Н. Турецкий Д. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1989. – 181 с.
10. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 2003. – 160 с.

АНАЛИЗ СОДЕРЖАНИЯ ШКОЛЬНЫХ УЧЕБНИКОВ: ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЗАДАЧ НА НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШИХ И НАИМЕНЬШИХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Жұбатқан Айбек Өміртайұлы

В данной статье рассматриваются методические подходы к обучению школьников определению наибольших и наименьших значений функций в курсе алгебры и математического анализа. Опираясь на требования Государственного общеобязательного стандарта образования, автор анализирует формирование у обучающихся ключевых умений: исследование функций, определение экстремальных значений, использование производной для решения задач на оптимизацию и применение математического анализа в практических ситуациях. В работе подробно рассматривается, как элементы темы вводятся в школьных учебниках под редакцией А.Г. Мордковича и других

авторов, начиная с 7-класса и далее в 8–11 классах. Особое внимание уделено методам решения задач на экстремум, включая метод оценки и использование свойств ограниченных функций. Приведены примеры типовых и повышенной сложности заданий, в том числе встречающихся на Национальном едином тестировании. Статья подчеркивает значимость формирования у учащихся навыков математического моделирования, логического мышления и умения применять полученные знания в реальных и междисциплинарных ситуациях. Материал может быть полезен учителям математики, магистрантам педагогических направлений и исследователям, занимающимся вопросами методики обучения математике.

Ключевые слова: школьные учебники, анализ содержания, наибольшее значение функции, наименьшее значение функции, представление задач, линейная функция, функциональная грамотность, типология задач.

CONTENT ANALYSIS OF SCHOOL TEXTBOOKS: IDENTIFICATION OF THE PRESENTATION OF PROBLEMS ON FINDING THE MAXIMUM AND MINIMUM VALUES OF A FUNCTION

Zhubatqan A.O.

This article discusses methodological approaches to teaching schoolchildren how to determine the maximum and minimum values of functions in algebra and mathematical analysis courses. Based on the requirements of the State Compulsory Education Standard, the author analyzes the formation of key skills in students: studying functions, determining extreme values, using derivatives to solve optimization problems, and applying mathematical analysis in practical situations. The work examines in detail how elements of the topic are introduced in school textbooks edited by A.G. Mordkovich and other authors, starting in 7th grade and continuing in 8th–11th grades. Particular attention is paid to methods for solving extremum problems, including the estimation method and the use of the properties of bounded functions. Examples of typical and more complex tasks are given, including those found in the National Unified Testing. The article emphasizes the importance of developing students' mathematical modeling skills, logical thinking, and the ability to apply the knowledge they have acquired in real-life and interdisciplinary situations. The material may be useful for mathematics teachers, master's students in education, and researchers involved in mathematics teaching methodology.

Keywords: school textbooks, content analysis, maximum value of a function, minimum value of a function, task representation, linear function, functional literacy, typology of problems.

REFERENCES

1. Mordkovich, A. G. (2009). Algebra. Grade 7 (in Russian). In 2 parts. Part 1: Textbook for general education schools. Moscow: Mnemosina, 158 p.
2. Mordkovich, A. G. (2010). Algebra. Grade 8 (in Russian). In 2 parts. Part 1: Textbook for general education schools. Moscow: Mnemosina, 239 p.
3. Mordkovich, A. G. (2010). Algebra. Grade 9 (in Russian). In 2 parts. Part 1: Textbook for general education schools. Moscow: Mnemosina, 210 p.
4. Mordkovich, A. G. (2011). Algebra and the Basics of Analysis. Grades 10–11 (in Russian). In 2 parts. Part 1: Textbook for general education schools. Moscow: Mnemosina, 294 p.
5. Mordkovich, A. G. (2009). Algebra. Grade 7 (in Russian). In 2 parts. Part 2: Problem book for general education schools. Moscow: Mnemosina, 195 p.
6. Mordkovich, A. G. (2010). Algebra. Grade 8 (in Russian). In 2 parts. Part 2: Problem book for general education schools. Moscow: Mnemosina, 239 p.
7. Sarantsev, G. I. (2002). Methods of Teaching Mathematics at School (in Russian). Moscow: Prosveshchenie, 224 p.
8. Temerbekova, A. A. (2003). Methods of Teaching Mathematics (in Russian). Moscow: VLADOS, 176 p.
9. Turetsky, E. N., & Fridman, D. M. (1989). How to Learn to Solve Problems (in Russian). Moscow: Prosveshchenie, 181 p.
10. Fridman, L. M. (2003). Psychological and Pedagogical Foundations of Teaching Mathematics at School (in Russian). Moscow: Prosveshchenie, 160 p.