

ӘОЖ 372.851 + 51-76

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ЕСЕПТЕРІН ШЕШУ ҮШІН ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ҚОЛДАНУ

Әбдіжәлел Г.Ж.¹, Тлеубергенова М.А.², Сарсембаева Г.К.³

¹ магистрант, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе қаласы, Қазақстан Республикасы

² Математика кафедрасының меңгерушісі, Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік мемлекеттік университеті, Ақтөбе қаласы, Қазақстан Республикасы.

³ Математика пәнінің мұғалімі, №3 орта мектебі, Ақтөбе қаласы, Қазақстан Республикасы

Ғылыми жетекші: Тлеубергенова М.А

Бұл мақалада жаратылыстану бағытындағы пәндер мазмұнын математикалық тәсілдермен ұштастыра отырып, дифференциалдық теңдеулерді қолдану арқылы нақты процестерді модельдеу жолдары талданады. Мақсат – 9-сынып оқушыларымен пәнаралық жобалық іс-әрекет ұйымдастыру арқылы олардың зерттеушілік және шығармашылық әлеуетін дамыту. Физика және химия пәндерінен алынған практикалық мазмұндағы есептер негізінде оқушылардың математикалық модель құра білу қабілетін қалыптастыру қарастырылады. Сонымен қатар, оқу процесінде пәндер арасындағы байланысты күшейтіп, оқушылардың функционалдық сауаттылығын жетілдіру мүмкіндіктері ұсынылады. Ұсынылып отырған әдістеме жалпы білім беретін мектептерде интеграциялық оқытудың тиімділігін арттыруға бағытталған.

Кілт сөздері: дифференциалдық теңдеулер, жобалық іс-әрекет, математикалық модельдеу, пәнаралық байланыс, функционалдық сауаттылық, 9-сынып, интеграция, жаратылыстану пәндері.

Қазіргі замандағы жаһандану мен ақпараттық технологиялардың қарқынды дамуы білім беру жүйесіне жаңа талаптар қойып отыр. Бұл өзгерістер жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер арасындағы математика пәнімен интеграция оқушылардың ғылыми дүниетанымын қалыптастыруда, құбылыстарды түсіндіруде және зерттеу дағдыларын дамытуда маңызды рөл атқарады. Оны дамыту мақсатында білім алушылардың терең түсінуін қалыптастыру математика пәнінен шығармашылық іс әрекетті жетілдіру тиімді тәсілдердің бірі. Бұл туралы Қазақстан Республикасында оқушылардың

функционалдық сауаттылығын дамытуға бағытталған шаралар "Білім туралы" Қазақстан Республикасының Заңында [1], Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2020-2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасында [2], "Орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты" [3] және басқа да нормативтік құжаттарда нақты көрсетілген. Математика пәнінің жаратылыстану бағытындағы пәндермен интеграцияланған шығармашылық іс әрекетті жетілдірудің бірден бір жолы оқушылардың ғылыми жобалық зерттеу жұмысын атауға болады.

Математика – тек абстрактілі ұғымдардың жиынтығы ғана емес, ол – табиғи құбылыстарды сипаттайтын әмбебап тіл. Соның ішінде дифференциалдық теңдеулер қоршаған ортада кездесетін түрлі процестерді – дененің қозғалысын, заттардың ыдырауын, популяцияның өзгерісін, жылу мен жарықтың таралуын математикалық модельдеу арқылы түсіндіруге мүмкіндік береді. Бұл тәсіл жаратылыстану бағытындағы пәндердің мазмұнымен тығыз байланысты. Сондықтан 9-сынып оқушыларына арналған математика сабағында дифференциалдық теңдеулерді жаратылыстану пәндерімен кіріктіре отырып қолдану – пәндер арасындағы өзара байланысты күшейтіп қана қоймай, мұндай жобалық әрекет оқушылардың зерттеушілік дағдыларын қалыптастырып, сыни ойлау мен шығармашылық қабілеттерін дамытуға зор ықпал етеді.

Осы мақалада дифференциалдық теңдеулердің қарапайым түрлерін пайдалана отырып, физика, биология және химия пәндеріндегі нақты есептерді шешу жолдары көрсетіледі. Сонымен қатар, 9-сынып оқушыларымен жүргізілген жобалық іс-әрекет үлгісі ұсынылады.

Физика пәнінің кейбір есептерін шешу үшін дифференциалдық теңдеулерді қолдануын қарастырайық. Физикалық есептерді шешу үш кезеңде жүргізілуі тиіс:

- дифференциалдық теңдеуді құру;
- осы теңдеуді шешу;
- алынған шешімді зерттеу.

Осыған байланысты келесі әрекеттер тізбегі ұсынылады:

- 1) Берілген құбылыста өзгертін шамаларды анықтау және оларды байланыстыратын физикалық заңдылықтарды айқындау;
- 2) Тәуелсіз айнымалы мен осы ізделінді айнымалының қызметін таңдау;
- 3) Есеп шартына қатысты алғашқы немесе шекаралық шарттарды анықтау;
- 4) Есеп шартында келтірілетін барлық шамаларды тәуелсіз айнымалы, ізделінді функция мен осы функцияның туындылары арқылы өрнектеу;
- 5) Есеп шарттары мен берілген құбылыс тәуелді болатын физикалық заңдылықта қарастыра отырып, дифференциалдық теңдеу құру;
- 6) Дифференциалдық теңдеудің жалпы шешімін немесе жалпы интегралын табу;
- 7) Алғашқы немесе шекаралық шарттар бойынша дербес шешімді табу;

8) Алынған шешімді зерттеу

Теориялық және математикалық физиканың көптеген есептерінде механикалық жүйені канондық айнымалыларда сипаттауға және Эйлер–Лагранж теңдеуін канондық түрде жазуға негізделген Гамильтон формализмі пайдалы болып табылады. [4]

Ньютонның салқындату заңы негізінде дене температурасын болжау тақырыбында математика және физика пәндерін кіріктіріп, білім алушының математикалық модельдеу дағдысын дамыта отырып, Ньютонның салқындату заңы бойынша дененің температурасын уақытқа тәуелділікте есептеу[] мақсатында тәжірибе жұмысын жасап, ғылыми жобаны ұсынуға болады. Қайнаған судың суытуын уақыт бойынша өлшеп, дифференциалдық теңдеудің көмегімен процесті сипаттау оқушылардың ғылыми шығармашылық білімін арттырады.

Есеп №1. Дененің суу (немесе қайнау) жылдамдығы дененің температурасы мен қоршаған орта температурасының айырымына пропорционал. Қоршаған орта ауасының температурасы 20°C өзгеріссіз сақталады. Егер 10 минут ішінде дене 100°C -тан 60°C -қа дейін суитын болса, қанша уақытта ол 25°C -қа суиды?

Шешуі. Көрсетілген заңдылыққа сәйкес, мына қатынасты жаза аламыз:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_0), \quad (1)$$

мұндағы T – дене температурасы, T_0 – қоршаған орта температурасы, k – пропорционалдық коэффициенті. Біздің жағдайда $T_0 = 20^{\circ}\text{C}$. (1) теңдеуін интегралдап, $T = 200 + Ce^{kt}$ аламыз. $T(t)|_{t=0} = 100^{\circ}\text{C}$ шартынан $C = 80$ деп аламыз, ал $T(t)|_{t=0} = 60^{\circ}\text{C}$ шарты k -ны анықтауға мүмкіндік береді. Сәйкесінше,

$$k = -0,1 \ln 2; T(t) = 20 + 80e^{-0,1 \ln 2 t} = 20 + 80 \cdot 2^{-0,1t}.$$

Жауабы. $T = 25^{\circ}\text{C}$ деп, ізделінді уақыт аралығын табамыз: $t_1 = 40$ мин.

Химиялық технологияның көптеген процесстері – кинетикалық зерттеулерден бастап, химиялық технологиялық процесстерге дейін, дифференциалдық теңдеулермен сипатталады.

Төменде көрсетілген есепті алға ала отыра, 9-сынып оқушыларына осы идеямен теңіздер мен мұхиттардың жастары анықтау мақсатында жоба құрастырып, зерттеу жұмысын жүргізуге болады. Құйылу-ағу процесі кезіндегі тұз концентрациясының уақытқа тәуелді өзгерісі тақырыбында математика және химия пәндеріне қатысты интеграциялық жобалық іс әрекет үлгісін қарастырайық. Оқушылар дифференциалдық теңдеу арқылы тұз қоспасының концентрациясын модельдеу, математикалық және химиялық білімді біріктіре

отырып, нақты процесті сипаттауды үйренеді. Математикалық модельді онлайн платформа арқылы құру оқушылардың шығармашылық дамуын, сонымен қатар ақпаратты коммуникациялық технологиялармен жұмысын жетілдіреді.

Есеп №2. (ерітіндінің концентрациясы туралы)

Құрамында 10кг тұзы бар 100л қоспалы резервуарға әрбір минут сайын 30л су құйылады және 20л қоспа ағып шығады. (88-сурет) Қоспаның тез араласатынын біле отырып, t минуттан кейін резервуарда қанша мөлшерде тұз қалатынын анықтау.

Шешуі. x – резервуардағы t уақыт арасындағы тұздың мөлшері,

dx – резервуардан шығатын dt уақыт аралығындағы тұздың мөлшері.

(минус таңбасы x – уақыттың кему функциясы шартына байланысты қойылған)

Резервуардағы қоспаның көлемі t уақытта мынаған тең екені белгілі:

$$v = 100 + 30t - 20t = 100 + 10t.$$

Сондықтан t уақытта тұз концентрациясы келесіге тең: $\frac{x}{100+10t}$.

Сәйкесінше, dt аз уақыт арасында тұз мөлшері $\frac{x}{100+10t} \cdot 20dt$ кемиді. Бұдан

келесі дифференциалдық теңдеуді аламыз: $-dx = \frac{2xdt}{10+t}$. Айнымалысын

ажыратып және интегралдап, $\frac{dx}{x} = -\frac{2dt}{10+t}$; $\ln x = -2\ln(10+t) + \ln C$ аламыз

және сәйкесінше, $x = \frac{C}{(10+t)^2}$. (4) $t = 0$, $x = 10$ болғанда $C = 1000$. Сонымен, t

уақытқа тәуелді, резервуардағы 1кг тұз мөлшерінің өзгеру заңдылығы мына формуламен беріледі: $x = \frac{1000}{(10+t)^2}$. Резервуардағы қалған тұз мөлшерін біле

отырып, процестің бастапқысынан қанша уақыт өткенін (4) формуламен анықтауға болады.

Қорытындылай келе, жаратылыстану пәндеріндегі нақты есептерді шешуде дифференциалдық теңдеулерді қолдану – оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, теориялық білімдерін практикамен ұштастыруға мүмкіндік береді. Математика, физика және химия пәндерін кіріктіру арқылы жасалған жобалық іс-әрекет оқушылардың зерттеушілік, шығармашылық және сыни ойлау дағдыларын дамытады.

9-сынып оқушыларымен жүргізілген зерттеу жұмыстары көрсеткендей, дифференциалдық теңдеулер негізінде физикалық немесе химиялық процестерді сипаттайтын модельдер құру оқушылардың математикалық сауаттылығын арттырып қана қоймай, ғылыми түсініктерін тереңдетуге, интегративті ойлау қабілетін қалыптастыруға ықпал етеді. Осындай пәнаралық интеграцияға негізделген жобалар қазіргі білім беру талаптарына толық сәйкес келеді және болашақта мектеп практикасында кеңінен қолдануға негіз бола алады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Қазақстан Республикасының «Білім туралы» заңы. – Астана, 2007.
2. Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2020–2025 жылдарға арналған мемлекеттік бағдарламасы. – Нұр-Сұлтан, 2019.
3. Қазақстан Республикасының Орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты. – Астана, 2018.
4. Высшая математика для технических университетов. Учебное пособие - В. Н. Задорожный, В. Ф. Зальмеж, А.Ю. Трифонов, А. В. Шаповалов, 2007.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ЦИКЛА

Әбдіжәлел Г.Ж., Тлеубергенова М.А., Сарсембаева Г.К.

В данной статье рассматриваются пути моделирования реальных процессов с использованием дифференциальных уравнений путем интеграции математических методов с содержанием предметов естественнонаучного цикла. Цель исследования – развитие исследовательских и творческих способностей учащихся 9 класса через организацию межпредметной проектной деятельности. На основе практикоориентированных задач из физики и химии рассматривается формирование у обучающихся навыков построения математических моделей. Также акцентируется внимание на усилении межпредметных связей и повышении функциональной математической грамотности. Предлагаемый подход направлен на повышение эффективности интегративного обучения в общеобразовательных школах.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, проектная деятельность, математическое моделирование, межпредметные связи, функциональная грамотность, 9 класс, интеграция, предметы естественнонаучного цикла.

APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN SOLVING NATURAL SCIENCE PROBLEMS

Abdizhalel G.Z., Tleubergenova M.A., Sarsembaeva G.K.

This article explores the application of differential equations to model real-world processes by integrating mathematical methods with the content of natural science subjects. The main goal is to develop research and creative skills of 9th-grade students through interdisciplinary project-based activities. Practical problems from

physics and chemistry are used to enhance students' abilities to construct mathematical models. The paper emphasizes the importance of strengthening cross-curricular connections and improving students' functional mathematical literacy. The proposed approach serves as an effective method for implementing integrated teaching in general education schools.

Keywords: differential equations, project-based learning, mathematical modeling, interdisciplinary connection, functional literacy, 9th grade, integration, natural science subjects

REFERENCES

1. Law of the Republic of Kazakhstan "On Education". – Astana, 2007.
2. State Program for the Development of Education in the Republic of Kazakhstan for 2020–2025. – Nur-Sultan, 2019.
3. State Compulsory Standard of General Secondary Education of the Republic of Kazakhstan. – Astana, 2018.
4. Higher mathematics for Technical Universities. Textbook – V. N. Zadorozhny, V. F. Zalmez, A. Yu. Trifonov, A. V. Shapovalov, 2007.