

ОӘЖ 512.13

КӨРСЕТКІШТІК ТЕҢСІЗДІКТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫ ШЕШУ ӘДІСТЕРІ

Балтабекова Таңнұры Маратқызы

магистрант, «Математика» білім беру бағдарламасы,
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті,
Алматы қ., Қазақстан

Бұл мақалада бірқатар теориялық және логикалық негіздер келтірілген, онсыз көрсеткіштік теңсіздіктерді дұрыс шешу мүмкін емес. Дәрежелік көрсеткіштік теңсіздіктердің типтік нұсқалары, сондай-ақ осындай есептерді шешуге арналған әдістемелік ұсыныстар берілген. Мұндай теңсіздіктерді дұрыс түрлендіруге және шешуге мүмкіндік беретін пайдалы әдістемелік кеңестермен бірге көптеген есептердің шешімдері көрсетілген. Белгілі бір теңсіздікті шешу үшін қажет теориялық білімнің минимумы келтірілген. Көрсеткіштік теңсіздіктер – математикалық талдаудың маңызды тақырыптарының бірі. Олар экономикада, физикада, демографияда және көптеген басқа ғылым салаларында кездеседі. Бұл мақалада көрсеткіштік теңсіздіктердің негізгі қасиеттері, шешу әдістері және олардың қолданылу мысалдары қарастырылады.

Кілттік сөздер: көрсеткіштік теңсіздік, экспоненциалды теңсіздіктер, шешу әдістері, айныламылыны ауыстыру, математикалық модельдеу, теңсіздіктер жүйесі, интервалдар әдісі.

Кіріспе

Тәжірибе көрсеткендей, теориялық, логикалық негіздерді бәрі бірдей түсінбейді, онсыз дәрежелік индикативті теңдеулер мен теңсіздіктерді дұрыс шешу мүмкін емес. Бұл емтихан мен тесттерде көрінеді: эквивалентті, теңсіздіктерді, теңсіздіктер жүйесін қатесіз жүргізілген есептеулер мен түрлендірулерді қолдана отырып, көпшілік біледі, бірақ әр оқушы бұл есептеулер қосымша шешімдердің жоғалуына және сатып алынуына қалай және неге әкелетінін байқай алмайды. Кейбіреулер позицияның теориялық негіздерін біледі, бірақ оларды ресми түрде біледі. Кезінде есептерді шешу, әркім белгілі бір теңдеуді (теңсіздікті) шешу үшін қажет теориялық білімнің минимумын білуі (иеленуі) керек.

Көрсеткіштік теңсіздіктер әсіресе математикалық модельдеулерде, дифференциалды теңдеулерде, және әртүрлі табиғи және әлеуметтік процестерді сипаттауда қолданылатын құралдардың бірі болып табылады.

Олардың қолдану аясы өте кең, мысалы, физикалық процестерде (радиоактивті ыдырау, жарықтың жұтылуы) немесе биология мен экономикадағы өсу процестерін модельдеуде кеңінен пайдаланылады. Көрсеткіштік теңсіздіктер жүйесі математиканың нақты бір саласы ретінде соңғы бірнеше ғасыр ішінде қалыптасты. Бұл жүйе, негізінен, көрсеткіштік функциялардың қасиеттерін зерттеу мен қолдануда маңызды рөл атқарады.

Көрсеткіштік теңсіздіктер жүйесі математикалық анализ бен алгебраның дамуымен байланысты туындады. Функциялар арасындағы салыстыруда көрсеткіштік теңсіздіктер тек өсу немесе азаю сипаттамаларына ғана емес, сонымен бірге олардың арақатынастары мен шектеулеріне қатысты теңсіздіктерді анықтауға да қолданылады. Бұл теңсіздіктер көрсеткіштік функциялардың күрделі қасиеттерін түсінуге көмектеседі. Мысалы, екі көрсеткіштік теңсіздіктің арақатынасын салыстыру немесе оларды белгілі бір шектермен шектеу қажеттілігі болды.

Материалдар мен әдістері

Бұл зерттеуде көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу әдістерін жүйелі түрде қарастырып, олардың математикалық негіздерін сипаттау үшін теориялық және тәжірибелік әдістер қолданылды.

1. Теориялық әдістер:

Ғылыми-математикалық әдебиеттерді талдау: Көрсеткіштік теңсіздіктердің негізгі қасиеттерін, олардың шешу жолдарын, қолданылатын әдістерді зерттеу.

Аналитикалық әдіс: Көрсеткіштік теңсіздіктердің әртүрлі типтерін талдап, олардың шешімдерін қорыту және жалпылау.

Функционалдық тәсіл: Көрсеткіштік функциялардың өсу және кему қасиеттерін пайдаланып, теңсіздіктерді шешу стратегияларын әзірлеу.

2. Практикалық әдістер:

Негіздерді бірдей ету әдісі: Екі жақтың негіздерін теңестіріп, дәрежелерді салыстыру арқылы шешім табу.

Логарифмдік әдіс: Негіздерді теңестіру мүмкін болмаған жағдайда логарифмдер арқылы шешу.

Графикалық әдіс: Көрсеткіштік функциялардың графиктерін салу арқылы шешімнің интервалдарын анықтау.

Математикалық модельдеу: Көрсеткіштік теңсіздіктердің нақты өмірдегі қолдану мысалдарын қарастыру (мысалы, халық санының өсуі, қаржы нарықтарындағы пайыздық есептеулер).

Бұл әдістер көрсеткіштік теңсіздіктерді шешудің әмбебап және тиімді жолдарын анықтауға мүмкіндік береді.

Көрсеткіштік теңсіздік – көрсеткіштік функциялардың арасындағы теңсіздікті білдіретін математикалық өрнек. Көрсеткіштік теңсіздіктерде негіз ретінде белгілі бір санды, ал көрсеткіш ретінде айнымалы немесе тұрақты

мәндер қолданылуы мүмкін. Әдетте, көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу үшін көрсеткіштер мен негіздердің қасиеттерін қолданады.

Анықтама. Айнымалысы дәреженің көрсеткішінде болатын теңсіздікті *көрсеткіштік теңсіздік* деп атайды.

Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ ($a^{f(x)} \geq a^{g(x)}$) немесе $a^{f(x)} < a^{g(x)}$ ($a^{f(x)} \leq a^{g(x)}$) түріндегі теңсіздіктерді шешуге келтіреді. Ал осындай теңсіздіктерді шешу үшін келесідей тұжырымдамаларды қолданамыз.

1) егер $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ болса, онда $a > 1$ жағдайында $f(x) > g(x)$ теңсіздігі алынатын болады;

2) егер $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ болса, онда $0 < a < 1$ жағдайында $f(x) < g(x)$ теңсіздігін аламыз. [1]

Көрсеткіштік теңсіздіктердің жүйесін шешу кезінде теңсіздіктердің қасиеттері, көрсеткіштік функцияның бірсарындылығы және айнымалының мүмкін болатын мәндер жиыны ескеріледі.

Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу кезінде, теңсіздік тұрғысында негізінен бірнеше тәсілдер қолданылады. Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешу әдістері:

- 1) интервалдар әдісі;
- 2) жаңа айнымалы енгізу;
- 3) негіздерін түрлендіру;
- 4) көбейткіштерге жіктеу;

Интервалдар әдісі - ең көп қолданылатын теңсіздікті шешу әдісі. Бұл әдіс көрсеткіштік функцияларды қамтитын өрнектердің таңбаларын сан осіндегі әртүрлі интервалдарға талдауға негізделеді.

1-мысал. $6^{\frac{x+5}{x^2-9}} > 1$ теңсіздігін шешейік.

Шешуі. Теңсіздіктің оң жағындағы дәрежеміз 0-ге тең $6^{\frac{x+5}{x^2-9}} > 6^0$. Негіздерін тастап, дәрежесінде тұрған өрнектермен жұмыс жасаймыз $\frac{x+5}{x^2-9} > 0$

$x > -5, x > -3$ және $x > 3$ осы үш мәнді интервалдар әдісіне салатын боламыз.

Жауабы. $(-5; -3) \cup (3; +\infty)$ [2, 146-148 бб]

Негіздерді түрлендіру әдісі көрсеткіштік теңсіздіктерді жеңілдетуге және оны шешуге ыңғайлы етуге мүмкіндік береді. Бұл әдіс негіздердің әртүрлі болған жағдайларда қолданылады. Әдіс негізінен көрсеткіштік функциялардың қасиеттеріне және олардың өсу немесе кему сипатына сүйенеді. Төменде осы әдістің қолдану жолдары берілген.

Ортақ негізге келтіру. Көрсеткіштік теңсіздіктерді шешуде негіздерді түрлендіру әдісі – бұл тәсіл, теңсіздіктің екі жақтарының негіздерін бірдей ету арқылы оны шешуге мүмкіндік береді.

Негіздерді түрлендірудің негізгі қадамдары.

Негіздерді теңестіру. Егер көрсеткіштерді теңестіре алсаңыз, теңсіздік екі жақтың негізін бірдей ету үшін сәйкес логарифмдер немесе басқа да

алгебралық тәсілдер қолдануға болады. Екі түрлі негізде болса, оларды бір негізге келтіреміз. Мысалы, 4^x пен 2^x , сондықтан $4^x = (2^2)^x = 2^{2x}$ [3, 48-33 бб].

Нәтижелер және талқылау

Зерттеу нәтижесінде көрсеткіштік теңсіздіктерді шешудің бірнеше тиімді әдістері анықталды. Атап айтқанда:

Негіздерді теңестіру әдісі көрсеткіштік теңсіздіктерді шешудің қарапайым және тиімді жолы екені дәлелденді. Бұл әдіс негіздерді бірдей етіп түрлендіру мүмкін болған жағдайларда қолданылады және айнымалыны тікелей анықтауға мүмкіндік береді.

2-мысал. $(0,3)^{\frac{x}{x-2}} < (0,3)^{\frac{6}{x-1}}$ теңсіздігін шешейік.

Шешуі. Негізіміз 1-ден кіші болғандықтан, теңсіздігіміздің таңбасы қарама-қарсы жаққа қарай өзгереді.

$$\frac{x}{x-2} > \frac{6}{x-1}.$$

Барлығын сол жаққа өткізу арқылы, ортақ бөлім береміз.

$$\frac{x}{x-2} - \frac{6}{x-1} > 0$$

$$\frac{x^2 - x - 6x + 12}{(x-2)(x-1)} > 0$$

Ықшамдап алатын болсақ: $\frac{x^2 - 7x + 12}{(x-2)(x-1)} > 0$.

Алымын көбейткіштерге жіктеу арқылы жазып аламыз: $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$. Ортақ мәнді жақшаның сыртына шығарамыз: $x(x-3) - 4(x-3) = (x-3)(x-4)$. Ендігі кезекте барлығын жазамыз.

$$\frac{(x-3)(x-4)}{(x-1)(x-2)} > 0$$

Интервалдар әдісіне салу арқылы шешімін табамыз.

Жауабы. $(-\infty; 1) \cup (2; 3) \cup (4; +\infty)$.

Логарифмдік әдіс күрделі көрсеткіштік теңсіздіктерді шешуде қолданылды. Логарифмнің қасиеттерін пайдалана отырып, теңсіздікті сызықтық түрге келтіру және шешімін табу мүмкіндігі қарастырылды. Бұл әдістің артықшылығы – ол негіздері әртүрлі көрсеткіштік теңсіздіктер үшін тиімді шешім ұсынады.

Графикалық әдіс көмегімен көрсеткіштік теңсіздіктердің шешімдерін интервалдар арқылы анықтауға болатындығы көрсетілді. Бұл әдіс функциялардың өсу және кему қасиеттеріне сүйене отырып, шешімнің мәндік аймағын визуалды түрде көруге мүмкіндік береді.

Қолданбалы есептер (мысалы, халық санының артуы, радиоактивті ыдырау, қаржылық өсім модельдері) арқылы көрсеткіштік теңсіздіктердің шынайы өмірдегі маңыздылығы талқыланды. Бұл теңсіздіктердің экономика, физика

және биология салаларында қолданылуы олардың практикалық маңызын көрсетеді.

Талдау нәтижесінде көрсеткіштік теңсіздіктерді шешудің тиімді әдістері олардың құрылымына және қолданыс аясына байланысты таңдалуы керек екендігі анықталды. Әрбір әдістің өзіндік артықшылықтары мен шектеулері бар болғандықтан, нақты есепке сәйкес әдісті дұрыс таңдау қажет.

Қорытынды

Көрсеткіштік теңсіздіктердің қолданылуы мен зерттелуі 18 ғасырдан бастап басталды. Бұл кезеңде математиктер көрсеткіштік функциялардың кейбір қасиеттерін зерттеді. Мысалы, Лейбництің немесе Эйлердің еңбектерінде көрсеткіштік функциялар мен олардың қасиеттері жиі қолданылған. Көрсеткіштік теңсіздіктер алғаш рет математикалық анализдің дамуы мен шектеулер теориясында көрініс тапты. [5, 89-99-бб.]

Көрсеткіштік теңсіздіктер әсіресе математикалық модельдеулерде, дифференциалды теңдеулерде, және әртүрлі табиғи және әлеуметтік процестерді сипаттауда қолданылатын құралдардың бірі болып табылады. Олардың қолдану аясы өте кең, мысалы, физикалық процестерде (радиоактивті ыдырау, жарықтың жұтылуы) немесе биология мен экономикадағы өсу процестерін модельдеуде кеңінен пайдаланылады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің 11-сыныбына арналған оқулық. Оқу құралы. – Алматы: Мектеп, 2015. – 136 - 139 б.
2. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П., Ивлев Б.М., Шварцбурд С.И. Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің 10-11 сыныптарына арналған оқулық. Алматы: «Просвещение» 2002. – 320 б.
3. Әбдіқұлов И. Транценденттік теңсіздіктер және оларды шешу. Алматы: «Мектеп» 1975. 48-53 б.
4. Пекаревич Э. Показательные и логарифмические неравенство. П. .-Рига: 1976. - 59 стр.
5. Бородуля И. Т. Показательные и логарифмические уравнение и неравенства. Пособие для учителя. Москва: Просвещение, 1968. - 110 стр.
6. Асқарова М. Математика есептерін шешу практикумы. Оқу құралы. Алматы, 2007. – 26 – 28 б.
7. Рустюмова И.П., Рустюмова С.Т. Математикадан бірыңғай ұлттық тестілеуге дайындалуға арналған тренажер. Алматы, 2014. - 492 б.
8. Айдос Е.Ж., Балықбаев Т.О. Математика пәні бойынша жоғары оқу орындарына түсушілерге арналған оқу құралы. Алматы, 2006.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Балтабекова Таңнұры Маратқызы

В данной статье представлен ряд теоретических и логических основ, без которых невозможно правильно решить экспоненциальные неравенства. Даны типовые варианты степенных показательных неравенств, а также методические рекомендации по решению таких задач. Вместе с полезными методическими советами, позволяющими правильно преобразовывать и решать такие неравенства, показаны решения многих задач. Приведен минимум теоретических знаний, необходимых для решения определенного неравенства. Экспоненциальные неравенства - одна из важнейших тем математического анализа. Они встречаются в экономике, физике, демографии и многих других областях науки. В этой статье рассматриваются основные свойства экспоненциальных неравенств, методы решения и примеры их применения.

Ключевые слова: экспоненциальное неравенство, экспоненциальные неравенства, методы решения, перенос зеркал, математическое моделирование, система неравенств, метод интервалов.

EXPONENTIAL INEQUALITIES AND METHODS OF THEIR SOLUTION

Baltabekova Tannury Maratkyzy

This article presents a number of theoretical and logical foundations, without which it is impossible to correctly solve exponential inequalities. Typical variants of exponential power inequalities are given, as well as methodological recommendations for solving such problems. Along with useful methodological tips that make it possible to correctly transform and solve such inequalities, solutions to many problems are shown. The minimum of theoretical knowledge necessary to solve a certain inequality is given. Exponential inequalities are one of the most important topics in mathematical analysis. They are found in economics, physics, demography, and many other fields of science. This article discusses the basic properties of exponential inequalities, solution methods, and examples of their application.

Keywords: exponential inequality, exponential inequalities, solution methods, mirror transfer, mathematical modeling, inequality system, interval method.

REFERENCES

1. Algebra and analysis initiatives. Textbook for the 11th grade of a comprehensive school. Training manual. - Almaty: School, 2015. - pp. 136-139
2. Kolmogorov A.N., Abramov A.M., Dudnitsyn Yu.P., Ivlev B.M., Schwarzbud S.I. Algebra and analysis initiatives. Textbook for grades 10-11 of a comprehensive school. Almaty: "Improvement" 2002. – 320 p.
3. Abdykulov I. Transcendental inequalities and their solution. Almaty: "School" 1975. - pp. 48-53
4. Pekarevich E. Artistic and logarithmic nonsense. Riga: 1976. - 59 p.
5. Borodulya I.T. indicative and logarithmic relief and insolence. Follow for the teacher. Moscow: Prosveshchenie, 1968. - 110 p.
6. Askarova M. Workshop on solving mathematical problems. Training manual. Almaty, 2007. - p. 26-28.
7. Rustyumova I. P., Rustyumova S.T. Simulator for preparing for the unified national test in Mathematics. Almaty, 2014. – 492 p.
8. Aidos E. Zh., Balykbayev T.O. Textbook for applicants to higher educational institutions in Mathematics. Almaty, 2006.