

ӘОЖ 378.016:517

**ЖАЛПЫ БІЛІМ БЕРЕТІН МЕКТЕПТЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ОҚЫТУДЫҢ
ДӘСТҮРЛІ ЖӘНЕ ИННОВАЦИЯЛЫҚ ӘДІСТЕРІ**

Мұқажан Гүлжаухар

*1 курс магистранты, 7M01501 – Математика білім беру бағдарламасы,
Абай атындағы Қазақ ұлттық педагогикалық университеті,
Алматы қ., Қазақстан Республикасы*

Ғылыми жетекші: *Капарова Рымкул Мукаатаевна*
PhD, аға оқытушы

Мақалада дифференциалдық теңдеулерді оқытудағы дәстүрлі және инновациялық әдістердің тиімділігі талданады. Дифференциалдық теңдеулерді оқыту барысында визуализация, модельдеу, цифрлық платформалар және зерттеушілік тапсырмаларды қолданудың артықшылықтары көрсетіледі. Зерттеу нәтижелері дәстүрлі әдістер теориялық негіз қалыптастырса, инновациялық тәсілдер білім алушылардың пәнге қызығушылығын арттырып, практикалық қолдану қабілетін дамытуға мүмкіндік беретіні дәлелденеді.

Кілт сөздер: дифференциалдық теңдеулер, алгебра және анализ бастамалары, инновациялық технологиялар, математикалық модельдеу, цифрлық білім беру.

Дифференциалдық теңдеулер механика, физика, биология, экономика сияқты көптеген ғылым салаларында қолданылатын негізгі математикалық құралдардың бірі болып табылады. Сондықтан мектептің жоғарғы сыныптарында немесе жоғары оқу орындарының бастапқы курстарында дифференциалдық теңдеулер ұғымын түсіндіру білім алушылардың ғылыми дүниетанымын қалыптастыруда маңызды орын алады. Дегенмен дифференциалдық теңдеуді оқыту барысында оқушылар көбіне абстрактілі формулалар мен есептеу алгоритмдерін механикалық түрде меңгеріп, олардың практикалық маңызын толық түсінбей қалуы мүмкін.

С. М. Қалиеваның математикалық ұғымдарды оқытуда логикалық ойлауды дамытуға бағытталған тапсырмаларға ерекше мән беруі дифференциалдық теңдеулер сияқты күрделі тақырыптарды меңгертуде өте өзекті болып табылады. Оның «оқушы дайын алгоритмді ғана қолданбай, математикалық модель құру арқылы мәселенің мәнін түсінуі тиіс» деген пікірі қазіргі математикалық білім берудің мазмұндық өзегін дәл көрсетеді.

А. Г. Мордковичтің «Математикадағы әрбір теория есептер арқылы нақты мағынаға ие болады» деген пікірі бұл талдауды одан әрі тереңдетеді. Мордковичтің көзқарасы дифференциалдық теңдеулерді оқытуда есеп тек бекіту құралы емес, теорияны түсіндірудің өзегі болуы керек екенін аңғартады.

Ю. М. Колягиннің күрделі тақырыптарды кезең-кезеңмен түсіндіру туралы тұжырымы да осы мәселені толықтырады. Оның «математикалық ұғымдарды қалыптастыруда теория, мысал және практикалық қолдану өзара байланыста болуы тиіс» деген пікірі дифференциалдық теңдеулерді әдістемелік тұрғыдан дұрыс құрастырудың нақты формуласындай көрінеді. Алдымен оқушы өзгеріс жылдамдығы мен функция арасындағы байланысты түсінуі керек, содан кейін осы байланысты жазатын теңдеуді көруі тиіс, одан соң оны шешудің әдісін меңгеріп, ең соңында сол шешімді нақты модельде немесе графикте тануы қажет. Ал теория, мысал және практика бір арнаға тоғысқанда, дифференциалдық теңдеу оқушы үшін символдық кедергі емес, логикалық тұрғыдан меңгерілетін құбылысқа айналады. Дифференциалдық теңдеулерді оқытуда зерттеушілік тапсырма, цифрлық визуализация, белсенді танымдық әрекет, практикалық есеп және кезеңдік жүйелілік бірлікте қолданылғанда ғана жоғары нәтиже беретінін дәлелдейді.

Дифференциалдық теңдеулерді меңгертуде теориялық түсіндірумен қатар, практикалық есептерді талдау ерекше маңызды. Себебі есеп арқылы білім алушы туындының, функцияның, бастапқы шарттың және шешімнің нақты мағынасын тереңірек ұғынады. Әсіресе «Алгебра және анализ бастамалары» курсына қарастырылатын қарапайым дифференциалдық теңдеулерді өмірлік жағдаяттармен байланыстыру оқушының пәнге қызығушылығын арттырып, математикалық модельдеу дағдысын қалыптастырады. Төмендегі есептер осы мақсатқа сай іріктелді. Олар тақырыпты дәстүрлі әдіспен де, инновациялық тәсілмен де түсіндіруге қолайлы. Мұғалім бұл есептерді тақтада талдатып қана қоймай, график арқылы, топтық талдау арқылы немесе цифрлық платформада модельдеу арқылы да ұсына алады.

Бірнеше практикалық есептердің шығарылу жолдарын көрсетейік.

Экспоненциалдық өсу процесіне бір есеп қарастырайық.

1-есеп. Бактериялар санының өсу жылдамдығы сол сәттегі бактериялар санына тура пропорционал. Бастапқы сәтте 200 бактерия болды. 3 сағаттан кейін олардың саны 400-ге жетті. Уақытқа тәуелді бактериялар санының формуласын табу керек.

Шешуі:

Процестің шарты бойынша бактериялар саны $y(t)$ функциясымен белгіленсе, оның өзгеру заңы

$$y' = ky$$

түрінде жазылады. Мұндағы k – пропорционалдық коэффициент.

Айнымалыларды ажыратамыз:

$$\frac{dy}{dt} = ky$$

$$\frac{dy}{y} = kdt$$

Екі жағын да интегралдаймыз:

$$\int \frac{dy}{y} = \int kdt$$

$$\ln|y| = kt + c$$

Енді дәрежелейміз:

$$y = Ce^{kt}$$

Бастапқы шарт бойынша $t = 0$ кезінде $y = 200$. Олай болса:

$$200 = Ce^0$$

$$C = 200$$

Сонда шешім:

$$y = 200e^{kt}$$

Екінші шарт бойынша $t = 3$ кезінде $y = 400$:

$$400 = 200e^{3k}$$

$$2 = e^{3k}$$

$$\ln 2 = 3k$$

$$k = \frac{\ln 2}{3}$$

Осыны формулаға қоямыз:

$$y = 200e^{\frac{\ln 2}{3}t}$$

$$\text{Жауабы: } y = 200e^{\frac{\ln 2}{3}t}$$

Дененің салқындау заңына бір есеп қарастырайық.

2-есеп. 80°C температурадағы дене 20°C тұрақты температурасы бар бөлмеге қойылды. 10 минуттан кейін дененің температурасы 50°C болды. Дененің температурасы уақытқа қалай тәуелді өзгертінін табу керек.

Шешуі: Ньютонның салқындау заңы бойынша дененің температурасының өзгеру жылдамдығы дене температурасы мен қоршаған орта температурасының айырымына тура пропорционал:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 20)$$

Мұндағы $T = T(t)$ – уақытқа тәуелді температура, $k > 0$.

Айнымалыларды ажыратамыз:

$$\frac{dT}{T-20} = -kdt$$

Интегралдаймыз:

$$\int \frac{dT}{T-20} = - \int kdt$$

$$\ln|T-20| = -kt + C$$

Дәрежелейміз:

$$T - 20 = Ce^{-kt}$$

Сонда

$$T = 20 + Ce^{-kt}$$

Бастапқы шарт бойынша $t = 0$ кезінде $T = 80$:

$$80 = 20 + C$$

$$C = 60$$

Ендеше:

$$T = 20 + 60e^{-kt}$$

Екінші шарт бойынша $t = 10$ кезінде $T = 50$:

$$50 = 20 + 60e^{-10k}$$

$$30 = 60e^{-10k}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-10k}$$

$$\ln \frac{1}{2} = -10k$$

$$-\ln 2 = -10k$$

$$k = \frac{\ln 2}{10}$$

Осыны орнына қоямыз:

$$T = 20 + 60e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$$

$$\text{Жауабы: } T = 20 + 60e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$$

Айнымалылары ажыратылатын теңдеуіне бір есеп қарастырайық.

3-есеп.

$$y' = 2x(y + 1), \quad y(0) = 1$$

теңдеуінің шешімін табу керек.

Шешуі:

$$dy/dx = 2x(y + 1)$$

Айнымалыларды ажыратамыз:

$$\frac{dy}{dx} = 2x(y + 1)$$

$$\frac{dy}{y + 1} = 2x dx$$

Екі жағын интегралдаймыз:

$$\int \frac{dy}{y + 1} = \int 2x dx$$

$$\ln|y + 1| = x^2 + C$$

Дәрежелейміз:

$$y + 1 = Ce^{x^2}$$

Сонда:

$$y = Ce^{x^2} - 1$$

Бастапқы шарт бойынша $x = 0$ кезінде $y = 1$:

$$1 = Ce^0 - 1$$

$$C = 2$$

Олай болса:

$$y = 2e^{x^2} - 1$$

$$\text{Жауабы: } y = 2e^{x^2} - 1$$

Осы практикалық есептерді оқу үдерісінде қолдану дифференциалдық теңдеулерді тек теориялық деңгейде ғана емес, мазмұндық және қолданбалы деңгейде меңгертуге мүмкіндік береді. Бірінші есеп табиғи өсудің моделін ашса, екінші есеп нақты физикалық процесті сипаттайды, ал үшінші есеп теңдеуді шешудің алгоритмдік негізін бекітеді.

Зерттеу нәтижелері дифференциалдық теңдеулерді оқытуда дәстүрлі және инновациялық әдістердің өзара толықтыратын сипатқа ие екенін көрсетеді. Дәстүрлі әдістер көбіне теориялық түсіндіру, формулаларды шығару және есептерді стандартты тәсілмен шешуге негізделеді.

GeoGebra немесе MATLAB, Maxima сияқты бағдарламалар арқылы дифференциалдық теңдеулердің графиктерін визуалды түрде көрсету білім алушыларға олардың шешімдерінің динамикасын түсінуге мүмкіндік береді. Енді Maxima бағдарламасын қолданып, бір есеп қарастырып өтейік.

4- есеп. $y(0)=1$ шарты бойынша $5y' - 8y = x$ бірінші ретті сызықтық дифференциалдық теңдеудің дербес шешімін табыңдар.

Шешуі.

eqn атауымен теңдеуді және бастапқы шартты енгіземіз (көбейту белгісін әрдайым анық жазамыз):

$$(\%i20)\text{esep151:5:'diff}(y(x),x,1)-8 \cdot y(x)=x;$$

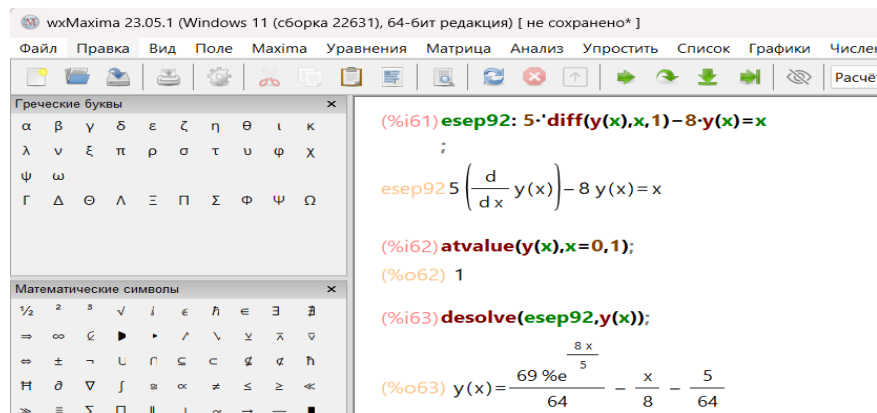
$$\text{esep151:5}\left(\frac{d}{dx}y(x)\right)-8y(x)=x.$$

Дербес шешімді табу үшін *desolve* командасын пайдаланамыз:

`(%i63) desolve(ese92, y(x));`

$$y(x) = \frac{69e^{\frac{8x}{5}}}{64} - \frac{x}{8} - \frac{5}{64}.$$

Maxima бағдарламасында дифференциалдық теңдеудің дербес шешімін табу 1 - суретте көрсетілген.



1-сурет. Дифференциалдық теңдеудің дербес шешімі

Зерттеу нәтижелері дифференциалдық теңдеулерді оқытуда дәстүрлі және инновациялық әдістерді үйлестіріп қолдану тиімді екенін көрсетті. Дәстүрлі әдістер математикалық теорияны жүйелі түрде түсіндіруге мүмкіндік берсе, инновациялық тәсілдер білім алушылардың танымдық белсенділігін арттырып, математиканың практикалық қолданылуын түсінуге жағдай жасайды. Сонымен қатар цифрлық технологияларды, зерттеушілік тапсырмаларды және пәнаралық модельдерді қолдану дифференциалдық теңдеулерді оқыту сапасын арттыруға мүмкіндік береді.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Әбілқасымова А.Ә. Математиканы оқыту теориясы мен әдістемесі. - Алматы: Білім, 2013. - URL: <https://library.kaznu.kz>
2. Қалиева С.М. Математиканы оқыту әдістемесі. - Алматы: Қазақ университеті, 2017. - URL: <https://elib.kaznu.kz>
3. Мордкович А.Г. Методика обучения математике. - Москва: Мнемозина, 2014. - URL: <https://znanium.com>
4. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики. - Москва: Просвещение, 2012. - URL: <https://znanium.com>
5. Капарова Р.М, Педагогикалық жоғары оқу орнында математикалық анализ курсының кәсіби - бағдарлы оқытудың әдістемелік негіздері: док. PhD... дис.: 6D010900 - Математика. - Алматы, 2024. - 197 б.

ТРАДИЦИОННЫЕ И ИННОВАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ В ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Мұқажан Гүлжаухар

В статье анализируется эффективность традиционных и инновационных методов обучения дифференциальным уравнениям. Показаны преимущества использования визуализации, моделирования, цифровых платформ и исследовательских заданий в процессе обучения дифференциальным уравнениям. Результаты исследования доказывают, что традиционные методы формируют теоретическую основу, тогда как инновационные подходы повышают интерес учащихся к предмету и способствуют развитию навыков практического применения знаний.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, алгебра и начала анализа, инновационные технологии, математическое моделирование, цифровое образование.

TRADITIONAL AND INNOVATIVE METHODS OF TEACHING DIFFERENTIAL EQUATIONS IN GENERAL SECONDARY SCHOOLS

Mukazhan Gulzhaukhar

The article analyzes the effectiveness of traditional and innovative methods of teaching differential equations. The advantages of using visualization, modeling, digital platforms, and research-based tasks in the process of teaching differential equations are presented. The research results demonstrate that traditional methods form a theoretical foundation, while innovative approaches increase students' interest in the subject and contribute to the development of skills for the practical application of knowledge.

Keywords: differential equations, algebra and introductory calculus, innovative technologies, mathematical modeling, digital education.

REFERENCES

1. Abilkassymova A.A. *Theory and Methodology of Teaching Mathematics*. – Almaty: Bilim, 2013. – URL: <https://library.kaznpu.kz>
2. Kalieva S.M. *Methods of Teaching Mathematics*. – Almaty: Kazakh University, 2017. – URL: <https://elib.kaznu.kz>
3. Mordkovich A.G. *Methods of Teaching Mathematics*. – Moscow: Mnemosina, 2014. – URL: <https://znanium.com>
4. Kolyagin Yu.M. *Methodology of Teaching Mathematics*. – Moscow: Prosveshchenie, 2012. – URL: <https://znanium.com>
5. Kaparova R.M. *Methodological Foundations of Profession-Oriented Teaching of the Mathematical Analysis Course in Pedagogical Higher Education Institutions*: PhD dissertation: 6D010900 – Mathematics. – Almaty, 2024. – 197 p.