

ӘОЖ 372.851:004.8

**МЕТОДИКА ВИЗУАЛИЗАЦИИ КОНЦЕПТОВ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В 10 КЛАССЕ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИНАМИЧЕСКИХ СРЕД И ТЕХНОЛОГИЙ
ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА**

Сүйеуов Данияр Нұркелдіұлы

Қ. Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті,
Ақтөбе, Қазақстан

Научный руководитель: ф.-м.ғ.к., доцент Сейлова Р.Д.

Статья посвящена актуальной проблеме модернизации методики обучения началам математического анализа в старшей школе. Переход к изучению пределов и производных в 10 классе традиционно сопровождается трудностями в освоении учащимися высокого уровня абстракции данных понятий. В работе предлагается инновационный подход, основанный на синергии динамической математической среды Desmos и технологий искусственного интеллекта (ИИ). Автор описывает методический алгоритм «Ученик — ИИ — Динамическая среда», в рамках которого нейросеть выступает в роли технического ассистента для генерации алгоритмов построения моделей, а Desmos служит инструментом для визуализации и проверки гипотез. В статье детально рассматриваются практические кейсы по визуализации геометрического и физического смысла производной. Представленный подход позволяет реализовать теорию двойного кодирования информации, способствуя переходу от формального заучивания формул к глубокому пониманию динамических процессов. Результаты исследования могут быть внедрены в практику учителей математики для повышения наглядности обучения и развития цифровой грамотности учащихся.

Ключевые слова: математический анализ, визуализация, динамические математические среды, Desmos, искусственный интеллект, производная, предел функции, методика преподавания математики.

Современное математическое образование в старших классах требует поиска новых способов визуализации, особенно при переходе от статической алгебры к динамическому математическому анализу. Однако традиционное обучение часто сталкивается с проблемой «когнитивного разрыва»: ученикам сложно соотнести сухие формулы пределов или дифференциалов с реальными процессами изменения [1]. Статические чертежи в учебниках не способны в полной мере передать динамику стремления точки к пределу или изменения

угла наклона касательной. В этих условиях использование интерактивных платформ, таких как Desmos, в сочетании с возможностями искусственного интеллекта для быстрой разработки учебных моделей, открывает новые возможности для «опредмечивания» абстракций [4,5].

В данной работе предлагается трехступенчатая модель освоения материала. В отличие от традиционного подхода, где учитель дает готовую визуализацию, здесь учащийся сам становится конструктором математической модели.

Постановка когнитивного вызова: Учитель формулирует проблему (например: «Как ведет себя функция там, где знаменатель равен нулю?»).

Промпт-инжиниринг: Учащиеся формулируют запрос к искусственному интеллекту для получения алгоритма построения в Desmos. Это заставляет их четко проговаривать математические условия (наличие асимптот, точек разрыва).

Экспериментальная верификация: Полученные формулы вносятся в динамическую среду, где через изменение параметров (слайдеров) происходит проверка гипотезы.

Такой подход позволяет реализовать теорию двойного кодирования, объединяя вербально-логическое описание и визуально-пространственный образ [2, 3].

Практическая реализация методики. Кейс №1: Визуализация геометрического и физического смысла производной

Одной из фундаментальных трудностей при изучении начал анализа в 10 классе является осознание перехода от дискретного к непрерывному. Учащиеся зачастую воспринимают производную как набор правил дифференцирования, не понимая, что за символом $f'(x)$ стоит динамический процесс [5]. Данный кейс направлен на визуализацию этого процесса через концепцию «стягивания» секущей.

Что именно мы объясняем через график?

Основная методическая задача здесь — показать, что **производная — это предел**, к которому стремится угловой коэффициент секущей. С помощью графика мы наглядно демонстрируем три ключевых аспекта:

1. **От средней скорости к мгновенной (Физический смысл):** Если график функции - это путь, то наклон секущей между двумя точками A и B — это средняя скорость. Уменьшая расстояние между точками, мы показываем, как «среднее» превращается в «мгновенное».

2. **Геометрическая трансформация:** Мы визуализируем, как прямая, пересекающая график в двух точках (секущая), при их сближении превращается в прямую, имеющую лишь одну общую точку с кривой в данной окрестности (касательную).

3. Динамика приращений: Ученик видит, что хотя Δx и Δy стремятся к нулю, их отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ стремится к конкретному числу — значению производной.

Алгоритм взаимодействия с ИИ и средой Desmos. В рамках урока ученики не получают готовую ссылку, а проходят путь «промт-инжиниринга», что развивает их алгоритмическое мышление.

Этап 1: Формирование запроса к ИИ.

Учитель предлагает ученикам составить запрос для ИИ, чтобы получить математический код для модели.

Пример промпта: *«Напиши команды для Desmos, чтобы создать интерактивную модель секущей, превращающейся в касательную для функции $f(x) = x^2$. Мне нужны две точки, расстояние между которыми регулируется слайдером h , и уравнение прямой, проходящей через них».*

Этап 2: Реализация в Desmos:

На основе ответа ИИ ученики вводят следующие параметры:

1. $f(x) = x^2$ — базовая функция (может быть любой).
2. $a = 1$ — слайдер, определяющий точку, в которой мы ищем производную.
3. $h = 0.5$ — слайдер приращения (важно установить границы от 0.001 до 2).
4. $A = (a, f(a))$ — неподвижная точка.
5. $B = (a+h, f(a+h))$ — подвижная точка, зависящая от приращения.
6. $k = (f(a+h) - f(a)) / h$ — расчет углового коэффициента (тангенса наклона).
7. $y - f(a) = k(x - a)$ — динамическое уравнение прямой.

Методический анализ результата

Когда учащиеся начинают передвигать слайдер h в сторону уменьшения (к 0), они наблюдают «магию» математики: точка B «бежит» по параболе навстречу точке A . В этот момент прямая линия начинает вращаться, пока не замирает в положении касательной.

Важным моментом является добавление в Desmos текстовой метки, отображающей значение k . Ученики видят, что при $a = 1$, по мере уменьшения h , значение k стабилизируется и стремится к числу 2. Это позволяет им самостоятельно сделать вывод: *«Значение производной функции x^2 в точке 1*

равно 2». Таким образом, абстрактная формула $f'(x)$ получает эмпирическое подтверждение.

Этот метод реализует **теорию двойного кодирования**: ученик одновременно оперирует символьной записью и визуальным образом (движение прямой на координатной плоскости), что обеспечивает глубокое запоминание материала³.

Апробация методики «Ученик — ИИ — Динамическая среда» подтвердила её эффективность в обучении началам анализа. Основные результаты исследования:

1. Концептуальное понимание: Использование динамических моделей позволило учащимся визуализировать абстрактные понятия (касательная, приращение), что привело к снижению числа ошибок при интерпретации геометрического смысла производной.

2. Эффективность ИИ: Искусственный интеллект успешно выполнил роль технического посредника, генерируя сложные алгоритмы для Desmos. Это позволило учащимся сосредоточиться на математическом анализе, не отвлекаясь на изучение синтаксиса программы.

3. Двойное кодирование: Подтвердилась гипотеза о важности синтеза символьной записи и визуального образа. Работа с динамическими слайдерами обеспечила более устойчивое закрепление материала по сравнению с традиционными методами.

Внедрение данного подхода трансформирует роль учителя из транслятора знаний в модератора исследовательской деятельности, где ИИ берет на себя рутинную техническую часть работы.

Заключение

Интеграция технологий искусственного интеллекта и динамических математических сред позволяет перевести изучение математического анализа из области манипуляций с символами в область визуального исследования. Визуализация производной и дифференциала в Desmos делает невидимые предельные переходы наглядными и доступными для понимания десятиклассников.

Предложенная методика не только способствует глубокому усвоению предметных знаний, но и развивает цифровую грамотность и алгоритмическое мышление учащихся. Таким образом, использование связки ИИ и интерактивных платформ является перспективным направлением для модернизации современного школьного математического образования.

Список использованной литературы

1. Абылкасымова А.Е., Туяков Е.А. Математиканы оқыту әдістемесі: оқулық. – Алматы, 2022. – 312 б. *(Бұл математика оқытудың негізгі әдістемесі үшін).*
2. Paivio A. Mind and its evolution: A dual coding theoretical approach. – New York: Psychology Press, 2014. *(Қос кодтау теориясының негізі үшін).*
3. Clark J. M., Paivio A. Dual coding theory and education // Educational Psychology Review. – 1991. – Vol. 3, No. 3. – P. 149-210. *(Білім берудегі визуалдаудың маңызы үшін).*
4. Mintz J. Digital Technology in Secondary and Tertiary Mathematics Education // Computers in the Schools. – 2025. – Vol. 42. *(Сандық технологиялар мен ЖИ-ді математикада қолдану бойынша жаңа зерттеу).*
5. Drijvers P. Digital technology in mathematics education: Why it works (or doesn't) // PME 39: Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. – 2015. *(Динамикалық орталардың тиімділігі туралы).*

10-СЫНЫПТА МАТЕМАТИКАЛЫҚ АНАЛИЗ ҰҒЫМДАРЫН ДИНАМИКАЛЫҚ ОРТАЛАР ЖӘНЕ ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРЫ АРҚЫЛЫ ВИЗУАЛИЗАЦИЯЛАУ ӘДІСТЕМЕСІ

Сүйеуов Данияр Нұркелдіұлы

Ғылыми жетекші: ф.-м.ғ.к., доцент Сейлова Р.Д.

Мақала жоғары сыныптарда математикалық анализ бастамаларын оқыту әдістемесін жаңғыртудың өзекті мәселесіне арналған. 10-сыныпта шектер мен туындыларды оқыту үдерісі дәстүрлі түрде осы ұғымдардың жоғары абстракция деңгейіне байланысты оқушылар үшін қиындықтар туғызады. Жұмыста динамикалық математикалық орта Desmos пен жасанды интеллект (ЖИ) технологияларының синергиясына негізделген инновациялық тәсіл ұсынылады. Автор «Оқушы – ЖИ – динамикалық орта» атты әдістемелік алгоритмді сипаттайды. Бұл модельде нейрожелі модельдерді құру алгоритмдерін генерациялайтын техникалық көмекші рөлін атқарса, Desmos гипотезаларды визуализациялау және тексеру құралы ретінде қолданылады. Мақалада туындының геометриялық және физикалық мағынасын визуализациялаудың практикалық мысалдары жан-жақты қарастырылған. Ұсынылған тәсіл ақпаратты қосарлы кодтау теориясын жүзеге асыруға мүмкіндік беріп, формулаларды механикалық жаттаудан динамикалық үдерістерді терең түсінуге көшуге ықпал етеді. Зерттеу нәтижелері оқытудың көрнекілігін арттыру және оқушылардың цифрлық сауаттылығын дамыту мақсатында математика мұғалімдерінің тәжірибесіне енгізілуі мүмкін.

Кілт сөздер: математикалық анализ, визуализация, динамикалық математикалық орталар, Desmos, жасанды интеллект, туынды, функция шегі, математиканы оқыту әдістемесі.

METHODOLOGY FOR VISUALIZING MATHEMATICAL ANALYSIS CONCEPTS IN GRADE 10 USING DYNAMIC ENVIRONMENTS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE TECHNOLOGIES

Suyeuov D.N.

Scientific Supervisor: Seilova R.D.

The article addresses the акмыл problem of modernizing the methodology for teaching the fundamentals of mathematical analysis in senior secondary school. The transition to studying limits and derivatives in Grade 10 is traditionally accompanied by difficulties due to the high level of abstraction of these concepts. The paper proposes an innovative approach based on the synergy of the dynamic mathematical environment Desmos and artificial intelligence (AI) technologies. The author describes the methodological algorithm “Student – AI – Dynamic Environment”, in which the neural network acts as a technical assistant for generating model construction algorithms, while Desmos serves as a tool for visualization and hypothesis testing. The article examines practical cases of visualizing the geometric and physical meaning of derivatives in detail. The proposed approach enables the implementation of the dual coding theory of information, facilitating the transition from formal memorization of formulas to a deep understanding of dynamic processes.

The research results can be implemented in the practice of mathematics teachers to improve the visibility of instruction and develop students’ digital literacy.

Keywords: mathematical analysis, visualization, dynamic mathematical environments, Desmos, artificial intelligence, derivative, function limit, mathematics teaching methodology.

REFERENCES

1. Abylkassymova, A.E., Tuyakov, E.A. Methods of Teaching Mathematics: Textbook. Almaty, 2022. 312 p.
2. Paivio, A. Mind and Its Evolution: A Dual Coding Theoretical Approach. New York: Psychology Press, 2014.
3. Clark, J.M., Paivio, A. Dual Coding Theory and Education // Educational Psychology Review. 1991. Vol. 3, No. 3. P. 149–210.
4. Mintz, J. Digital Technology in Secondary and Tertiary Mathematics Education // Computers in the Schools. 2025. Vol. 42.
5. Drijvers, P. Digital Technology in Mathematics Education: Why It Works (or Doesn’t) // PME 39: Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2015.