

БІЛІМ БЕРУ / ОБРАЗОВАНИЕ/ EDUCATION

ӘОЖ 37.016:004

**МЕКТЕПТЕ АНЫҚТАЛҒАН ИНТЕГРАЛ ТАРАУЫН ОҚЫТУДА
ЦИФРЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ ҚОЛДАНУ ӘДІСТЕРІ*****А.Қ.Нұрсейітов***

7M01547-Математика білім беру бағдарламасының магистранты,
Қожа Ахмет Ясауи атындағы ХҚТУ, Түркістан қ., Қазақстан
<https://orcid.org/0009-0001-6294-5945>

К.Ж.Назарова

ф-м.ғ.к., қауымдастырылған профессор,
Қожа Ахмет Ясауи атындағы ХҚТУ, Түркістан қ., Қазақстан
<https://orcid.org/0000-0002-2093-1879>,

Бұл мақалада жалпы білім беретін мектептерде анықталған интеграл тақырыбын оқытудың теориялық және әдістемелік негіздері жан-жақты қарастырылады. Зерттеудің өзектілігі қазіргі білім беру жүйесінде математиканы оқытуда цифрлық технологияларды тиімді пайдалану қажеттілігімен айқындалады. Осыған байланысты жұмыстың негізгі мақсаты – анықталған интеграл тақырыбын дәстүрлі оқыту әдістері мен цифрлық технологиялар негізінде оқытудың тиімділігін салыстырмалы түрде талдау және олардың оқушылардың оқу жетістіктеріне әсерін анықтау. Зерттеу барысында дәстүрлі оқыту әдістерінің ерекшеліктері, оның ішінде теориялық материалды түсіндіру, есептер шығару және бекіту кезеңдерінің құрылымы сипатталып, олардың артықшылықтары мен шектеулері анықталды. Сонымен қатар, цифрлық технологияларды қолдану арқылы оқытуда интерактивті платформалар, динамикалық модельдеу құралдары және математикалық бағдарламалардың (мысалы, GeoGebra, Maple) мүмкіндіктері қарастырылды. Аталған құралдардың көмегімен анықталған интегралдың геометриялық мағынасы, яғни қисық астындағы аудан ұғымы көрнекі түрде түсіндіріліп, оқушылардың абстрактілі ойлау қабілетін дамытуға ықпал ететіні көрсетілді. Жұмыста жүргізілген салыстырмалы талдау нәтижелері цифрлық технологияларды қолдану оқушылардың тақырыпты терең меңгеруіне, есеп шығару дағдыларының қалыптасуына және пәнге деген қызығушылығының артуына оң әсер ететінін дәлелдейді. Сонымен қатар, цифрлық ортада білім алу оқушылардың өзіндік жұмыс жасау белсенділігін арттырып, оқу процесін жекелендіруге мүмкіндік беретіні анықталды. Қорытындылай келе, анықталған интеграл тақырыбын оқытуда

дәстүрлі әдістер мен цифрлық технологияларды үйлестіре қолдану ең тиімді тәсілдердің бірі болып табылады. Бұл тәсіл білім сапасын арттыруға, оқушылардың танымдық белсенділігін дамытуға және заманауи білім беру талаптарына сәйкес келетін құзыреттіліктерді қалыптастыруға мүмкіндік береді.

Кілт сөздер: «Математика» пәні, интеграл, мектеп оқушылары, цифрлық технология, оқыту.

Функцияның алғашқы функциясы анықтамасы беріледі: Егер $F'(x)=f(x)$ теңдігі орындалса, онда $F(x)$ — $f(x)$ функциясының алғашқы функциясы болады.

Бір функцияның шексіз көп алғашқы функциялары болатыны түсіндіріледі, өйткені кез келген тұрақты C қосындысы алғашқы функцияға әсер етпейді: $F(x)+C$ — алғашқы функциялар жиыны.

Графиктік интерпретация: туындысы $f(x)$ болатын функциялардың графиктері бір-біріне параллель түрде орналасады.

Анықталмаған интеграл ұғымы:

Анықталмаған интеграл — алғашқы функциялар жиыны. Жазылуы:

$$\int f(x)dx=F(x)+C$$

Интегралдау мен туындалау арасындағы кері байланыс түсіндіріледі.

Негізгі интегралдау формулалары:

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \int \sin x dx = -\cos x + C$$

Интегралдау ережелері:

Қосу және алу:

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Тұрақтыны шығарып алу:

$$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$$

Мысалдар мен есептер:

Тақырыпты түсінуге арналған типтік есептер: алғашқы функция табу, интегралдау, параметрлік мәндермен жұмыс.

Күрделі функцияларды интегралдау және нақты өмірлік есептерге қолдану.

Мұнда оқушылар:

Оқушы алғашқы функция мен анықталмаған интеграл ұғымдарын ажырата біледі.

Интегралдаудың негізгі формулаларын қолдана отырып, қарапайым функциялардың алғашқы функциясын таба алады.

Бұл тақырып алгебра мен математикалық анализ арасындағы байланысты көрсетіп, жоғары математикаға алғашқы қадам жасайды.

Әбілқасымова А.Е. оқулығында интеграл ұғымы тек алғашқы функциямен шектелмей, оның қолданбалы маңызын көрсету үшін қисық сызықты трапецияның ауданын және айналу денесінің көлемін есептеу тәсілдері де енгізіледі. Бұл бөлімдер оқушыларға интегралдың геометриялық және практикалық мәнін тереңірек түсінуге көмектеседі.

Қисық сызықты трапеция ауданы және айналу денесінің көлемі (Әбілқасымова А.Е. оқулығы негізінде)

1. Қисық сызықты трапеция ауданы

Мақсаты: Оқушыларға анықталған интеграл көмегімен қисық сызық пен координата осі арасындағы фигураның ауданын есептеу әдісін үйрету.

Теориялық негізі:

Қисық сызықты трапеция дегеніміз — $y=f(x)$ қисығы, $x=a$, $x=b$, және x -осімен шектелген фигура. Бұл фигураның ауданы:

$$\int_b^a f(x)dx$$

Оқулықтағы түсіндіру ерекшеліктері:

Анықталған интеграл аудан ретінде қарастырылады.

Графиктік түрде функция мен xxx -осі арасындағы аймақ көрсетіледі.

Егер $f(x) \geq 0$, онда аудан оң мәнге ие болады.

Теріс аймақтар болған жағдайда, интеграл теріс мән беруі мүмкін, сондықтан нақты ауданды табу үшін модуль пайдаланылады.

Мысал:

$$S = \int_0^2 (4 - x^2)dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$$

2. Айналу денесінің көлемі

Мақсаты: Оқушыларды интегралды қолдану арқылы дененің көлемін есептеуге үйрету, бұл арқылы интегралдың кең қолданысын көрсету.

Теориялық негізі:

Функцияның графигін $y=f(x)$ осі айналасында айналдырғанда алынған дененің көлемі:

Егер $y=f(x)$ қисығы x -осі айналасында айналса:

$$V = \pi \int_b^a [f(x)]^2 dx$$

Егер қисық y -осі айналасында айналса:

$$V = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$$

Оқулықтағы қолданылуы:

Көп жағдайда функция x -осі айналасында айналады деп есептеледі.

Физикалық интерпретация: ыдыс немесе дене көлемі ретінде түсіндіріледі.

Интегралдаудан кейінгі нәтиже нақты көлемді береді.

Мысал:

$$V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \pi \left[\frac{x^5}{5} \right]_0^1 = \frac{\pi}{5}$$

Оқушыларға қисық сызықты трапеция мен айналу денесінің көлемін есептеу дағдыларын қалыптастыру — тек интегралдау техникасын үйретіп қана қоймай, математиканың нақты өмірдегі қолданысын көрсетуге мүмкіндік береді. Мұндай тәсілдер оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырып, математикалық модельдеу негіздерін меңгеруге жол ашады.

Әдістерге сипаттама

Педагогикалық бақылау әдісі – оқушылардың «Алғашқы функция және интеграл» тақырыбын меңгеру барысындағы белсенділігі мен танымдық қызығушылық деңгейін анықтау үшін сабақ үстінде қолданылды. Оқушылардың практикалық тапсырмалар орындаудағы ынтасы, өзіндік жұмысқа деген бейімділігі бақыланды.

Сауалнама әдісі – сабақ басында және аяқталғаннан кейін оқушыларға цифрлық технологиялар арқылы оқытудың тиімділігі мен қолайлылығына байланысты сауалнама жүргізілді. Бұл әдіс арқылы оқушылардың жаңа форматтағы сабақтарға деген көзқарасы, ұнататын және қиналатын тұстары анықталды.

Педагогикалық эксперимент әдісі – «Алғашқы функция және интеграл» тарауын оқытуда дәстүрлі әдіс пен цифрлық технологияларды қолдану арқылы алынған білім нәтижелерін салыстыру мақсатында жүргізілді. Тәжірибелік сабақтарда GeoGebra, Desmos және Wolfram Alpha платформалары қолданылды. Эксперимент барысында оқушылардың тақырыпты түсіну, есеп шығару, график тұрғызу, және талдау жасау қабілеттері зерттелді.

Салыстырмалы талдау әдісі – эксперименттік және бақылау сыныптарының нәтижелерін салыстыруда қолданылды. Салыстырмалы диаграммалар мен кестелер арқылы білім сапасының айырмашылығы анықталды.

Жинақтау және жалпылау әдісі – зерттеу нәтижелерін бір жүйеге келтіріп, ұсыныстар мен қорытындылар жасауға қолданылды.

Цифрлық платформаларды қолдану арқылы оқыту әдісі – GeoGebra арқылы алғашқы функциялардың графигін құрастыру, Desmos арқылы интегралдың астындағы ауданды визуалдау, Symbolab пен Wolfram Alpha көмегімен күрделі интегралдарды шығару тәсілдері ұсынылды. Бұл әдіс оқушылардың теорияны көрнекі түрде қабылдауына және күрделі есептерді шешу жолдарын өздігінен іздеуге мүмкіндік берді.

Maple — ғылыми және инженерлік есептеулерге арналған қуатты бағдарлама. Бұл жүйе арқылы аналитикалық интегралды есептеу, график тұрғызу, параметрлерді өзгерте отырып нәтиженің қалай өзгеретінін бақылау мүмкіндігі қарастырылады.

Зерттеу барысында дәстүрлі оқыту мен цифрлық технологиялар арасындағы айырмашылық айқындалып, оқушылардың нәтижелеріндегі оң өзгерістер дәлелденді. Сонымен қатар, оқушылардың зерттеушілік дағдылары мен логикалық ойлау қабілеттері арта түскені байқалды. Бұл әдістемелік тәсілдер заманауи оқытудың талаптарына толықтай сай келеді және болашақта кеңінен қолданыс табуға лайық.

Пәнін оқытуда дәстүрлі әдістер ұзақ уақыт бойы басты рөл атқарып келді. Дәстүрлі оқытуда теориялық материал мұғалім түсіндірмесі арқылы беріліп, есептер жазбаша түрде шешіліп, нәтижелері тақтада немесе дәптерде көрсетіледі. Ал цифрлық технологияларды қолдану – бұл үрдіске тың серпін беріп, оқушылардың пәнге деген қызығушылығын арттырады, білім сапасын жетілдіреді.

1-кесте.

Критерийлер	Дәстүрлі оқыту	Цифрлық технологиямен оқыту
Оқыту тәсілі	Мұғалімнің түсіндіруі, тақтада жазу	Интерактивті презентация, анимациялар, симуляциялар
Оқу материалының берілуі	Қағаз түріндегі оқулық, дәптер	Электрондық ресурстар, мультимедия, онлайн платформалар
Оқушы белсенділігі	Көбінесе пассивті тыңдаушы	Белсенді ізденуші, зерттеуші
Көрнекілік құралдары	Тақта, плакат, модельдер	Графиктер, анимациялар, визуализация құралдары
Уақытты пайдалану	Көп уақыты түсіндіруге, тақтада жазуға кетеді	Уақыт үнемделіп, есептің бірнеше нұсқасы қарастырылады
Қиын ұғымдарды түсіндіру	Көп жағдайда абстрактілі күйде түсіндіріледі	Динамикалық түрде көрсету арқылы нақтылап түсіндіріледі
Кері байланыс	Жиі ауызша, жазбаша тексеру	Онлайн тапсырмалар, автоматты бағалау, жедел талдау

Мысал ретінде қарастырсақ, «Анықталған интеграл көмегімен қисық астындағы ауданды табу» тақырыбын дәстүрлі әдіспен оқытқанда, оқушы тек формула мен есептің жазбаша шешімімен шектелуі мүмкін. Ал GeoGebra арқылы сол есептің графигін салып, интеграл арқылы қандай аудан алынатынын визуалды көріп, қисық пішінін өзгерткенде нәтиженің қалай өзгеретінін бірден байқай алады. Бұл оқушының логикалық, аналитикалық және шығармашылық қабілеттерін қатар дамытады.

Цифрлық қосымшалар арқылы «Алғашқы функция және интеграл» тақырыбын оқытудың әдістемелік негіздері

Цифрлық технологияларды тиімді қолдану үшін мұғалім алдымен нақты мақсат қойып, оқушының танымдық белсенділігін арттыратын тапсырмаларды жоспарлауы қажет. Бұл бөлімде GeoGebra бағдарламасы арқылы анықталған интеграл ұғымын түсіндіруге арналған қысқаша сабақ құрылымы ұсынылады.

Сабақтың тақырыбы: Анықталған интеграл және қисық астындағы аудан

Сабақтың мақсаты:

Анықталған интеграл ұғымын түсіндіру

Интегралдың геометриялық мағынасын көрсету

GeoGebra бағдарламасы арқылы визуализация жасау

2-кесте. Сабақ құрылымы

Сабақ кезеңі	Мұғалім әрекеті	Оқушы әрекеті	Қолданылатын құрал
Ұйымдастыру	Оқушыларға GeoGebra интерфейсін таныстырады	Оқушы бағдарламаға кіріп, құралдармен танысады	GeoGebra
Түсіндіру	$y = f(x)$ функциясы мен $[a, b]$ аралығында интеграл анықтамасын береді	Формула мен графиктің байланысын тыңдайды	Интерактивті слайд
Көрсету (визуализация)	GeoGebra арқылы графикті салып, қисық астындағы ауданды бояп көрсетеді	Қисық, шекара, ауданның өзгеруін бақылайды	GeoGebra
Тапсырма	$y = x^2$, $y = \sin(x)$, $y = \ln(x)$ т.б. функцияларға арналған жаттығулар береді	Өз бетімен график салып, ауданды есептейді	GeoGebra
Талдау және қорытынды	Әр оқушының жұмысын тексеріп, нәтижесін топпен талқылайды	Өз жұмысын сыныппен бөлісіп, талдау жасайды	Сыныптық пікірталас

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. И.Ф. Шарыгин. Математика: Алгебра және анализ бастамалары. – М.: Просвещение, 2018.
2. А.Н. Колмогоров. Алгебра және анализ негіздері. – М.: Наука, 2017.

3. Л.С. Выготский. Оқыту мен дамудың психологиялық негіздері. – М.: Педагогика, 2016.
4. Ю.К. Бабанский. Педагогикалық зерттеу әдістері. – М.: Просвещение, 2015.
5. Қазақстан Республикасының Білім және ғылым министрлігі. Орта білім берудің мемлекеттік жалпыға міндетті стандарты. – Астана, 2022.
6. GeoGebra ресми сайты: <https://www.geogebra.org>
7. Maple ресми сайты: <https://www.maplesoft.com>
8. М.И. Моро. Математиканы оқыту әдістемесі. – М.: Академия, 2019.
9. OECD. Education at a Glance. – Paris, 2021.
10. UNESCO. Digital Technologies in Education. – Paris, 2020.
11. Н.Я. Виленкин. Жоғары математика элементтері. – М.: Наука, 2016.
12. Д. Пойа. Как решать задачу. – М.: Наука, 2015.

МЕТОДЫ ПРИМЕНЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ТЕМЕ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА В ШКОЛЕ

А.Қ.Нұрсеитов, К.Ж.Назарова

В данной статье всесторонне рассматриваются теоретические и методические основы преподавания темы определённого интеграла в общеобразовательных школах. Актуальность исследования определяется необходимостью эффективного использования цифровых технологий в преподавании математики в современной системе образования. В связи с этим основной целью работы является сравнительный анализ эффективности преподавания темы определённого интеграла с использованием традиционных методов обучения и цифровых технологий, а также определение их влияния на учебные достижения учащихся. В ходе исследования были описаны особенности традиционных методов обучения, включая структуру этапов объяснения теоретического материала, решения задач и закрепления знаний, а также определены их преимущества и ограничения. Наряду с этим рассмотрены возможности применения цифровых технологий в обучении, в частности интерактивных платформ, инструментов динамического моделирования и математических программ (например, GeoGebra, Maple). С помощью указанных средств наглядно объясняется геометрический смысл определённого интеграла, а именно понятие площади под кривой, что способствует развитию абстрактного мышления учащихся. Результаты проведённого сравнительного анализа доказывают, что использование цифровых технологий положительно влияет на более глубокое усвоение темы учащимися, формирование навыков решения задач и повышение интереса к предмету. Кроме того, установлено, что обучение в цифровой среде способствует повышению активности самостоятельной работы учащихся и позволяет индивидуализировать образовательный процесс. В заключение можно отметить, что сочетание традиционных методов и цифровых технологий при преподавании темы определённого интеграла является одним из наиболее эффективных подходов. Данный подход способствует повышению качества образования, развитию познавательной активности учащихся и формированию компетенций, соответствующих современным требованиям образования.

Ключевые слова: предмет «Математика», интеграл, школьники, цифровые технологии, обучение.

METHODS OF USING DIGITAL TECHNOLOGIES IN TEACHING THE TOPIC OF THE DEFINITE INTEGRAL AT SCHOOL

A.K. Nurseitov, K.Zh. Nazarova

This article comprehensively examines the theoretical and methodological foundations of teaching the topic of the definite integral in general secondary schools. The relevance of the study is determined by the need for the effective use of digital technologies in mathematics education within the modern educational system. In this regard, the main purpose of the study is to comparatively analyze the effectiveness of teaching the definite integral through traditional teaching methods and digital technologies, as well as to determine their impact on students' academic performance. During the research, the features of traditional teaching methods were described, including the structure of explaining theoretical material, problem-solving, and consolidation stages, and their advantages and limitations were identified. In addition, the possibilities of teaching through digital technologies were considered, particularly interactive platforms, dynamic modeling tools, and mathematical software programs (such as GeoGebra and Maple). Using these tools, the geometric meaning of the definite integral, namely the concept of the area under a curve, is visually explained, contributing to the development of students' abstract thinking skills. The results of the comparative analysis prove that the use of digital technologies has a positive effect on students' deeper understanding of the topic, the development of problem-solving skills, and increased interest in the subject. Furthermore, it was found that learning in a digital environment enhances students' independent learning activity and enables the individualization of the educational process. In conclusion, the combination of traditional methods and digital technologies in teaching the topic of the definite integral is one of the most effective approaches. This approach improves the quality of education, develops students' cognitive activity, and forms competencies that meet modern educational requirements.

Keywords: Mathematics, integral, school students, digital technology, teaching.

REFERENCES

1. Sharygin, I.F. Mathematics: Algebra and Fundamentals of Analysis. Moscow: Prosveshchenie, 2018.
2. Kolmogorov, A.N. Fundamentals of Algebra and Analysis. Moscow: Nauka, 2017.
3. Vygotsky, L.S. Psychological Foundations of Teaching and Development. Moscow: Pedagogika, 2016.
4. Babansky, Yu.K. Methods of Pedagogical Research. Moscow: Prosveshchenie, 2015.
5. Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan. State Compulsory Standard of Secondary Education. Astana, 2022.
6. GeoGebra Official Website: <https://www.geogebra.org>
7. Maple Official Website: <https://www.maplesoft.com>
8. Moro, M.I. Methods of Teaching Mathematics. Moscow: Akademiya, 2019.
9. OECD. Education at a Glance. Paris, 2021.
10. UNESCO. Digital Technologies in Education. Paris, 2020.
11. Vilenkin, N.Ya. Elements of Higher Mathematics. Moscow: Nauka, 2016.
12. Polya, G. How to Solve It. Moscow: Nauka, 2015.